

# DESARROLLO DE UN MODELO DE COMPETENCIA TECNOLÓGICA EN PRESENCIA DE EFECTOS DE RED BASADO EN EL MODELO GOMPERTZ

**Alejandro Orero Giménez**

*Universidad Politécnica de Madrid*

**José Ignacio López Sánchez**

**José Luis Arroyo Barrigüete**

*Universidad Complutense de Madrid*

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de competencia tecnológica en presencia de efectos de red a partir de la ecuación Gompertz de difusión. Se pretende poner de manifiesto la plausibilidad de este planteamiento, ya que hasta el momento los modelos desarrollados en este campo parten de la ecuación logística o la de Bass. Los resultados obtenidos muestran que el comportamiento del sistema de ecuaciones propuesto coincide en gran medida con lo que cabría esperar desde un punto de vista teórico, confirmando así la validez de esta aproximación.

*Palabras clave:* efectos de red, competencia tecnológica, modelo Gompertz.

---

(\*) Los autores agradecen a la Fundación Rafael del Pino la financiación concedida para el desarrollo de este trabajo.

## 1. INTRODUCCIÓN

Shapiro y Varian (1999, p. 165) afirman que “hay una diferencia fundamental entre la “nueva” y la “antigua” economía: la vieja economía industrial estaba impulsada por las economías de escala; la nueva economía de la información está impulsada por la economía de las redes”. Y es que realmente una de las características más relevantes de los mercados electrónicos son los denominados efectos de red positivos (McGee y Sammut, 2002; Amit y Zott, 2001; Besen y Farrell, 1994), que Fuentelsaz *et al.* (2003) definen como “aquellos efectos que hacen que el valor de un producto o servicio para un usuario dependa no sólo del producto en sí mismo sino del número de usuarios que utilicen dicho producto o servicio”. Esto se debe a que en muchos casos las redes de tecnología presentan grandes similitudes con las redes reales.

El objetivo de este trabajo es proponer un modelo de competencia entre estándares tecnológicos sujetos a efectos de red desde la teoría de sistemas dinámicos. La mayoría de los modelos precedentes parten de una ecuación de difusión de tipo logístico o Bass, pese a que otros esquemas de difusión pueden también generalizarse para representar procesos de competencia. Por este motivo en el presente trabajo estudiaremos un nuevo modelo de competencia desarrollado en base a la ecuación de Gompertz, comparando su comportamiento con el de modelos previos.

## 2. CARACTERIZACIÓN DE LOS EFECTOS DE RED

Los efectos de red generan un proceso de realimentación positiva, lo que implica que cualquier diferencia en las condiciones del mercado se amplifica con el paso del tiempo. Dicha realimentación positiva hace que los productos fuertes sean cada vez más fuertes (círculo virtuoso) y los débiles cada vez más débiles (círculo vicioso), de modo que en muchos casos se produce la adopción de una única tecnología, fenómeno conocido como *winner takes all*<sup>1</sup> (McGee y Sammut, 2002).

Esto tiene dos consecuencias fundamentales en la dinámica de la Industria (Katz y Shapiro, 1986):

- Se modifica el atractivo de la red generando economías de escala del lado de la demanda, lo que implica que el precio que los usuarios pagan está en parte determinado por el tamaño de la red a la que pertenece el producto (Brynjolfsson y Kemerer, 1996).

---

(1) Otros autores prefieren emplear el término *winner takes most* (ver por ejemplo Amit y Zott, 2001). En cualquier caso en presencia de Externalidades de Red, y especialmente si existe incompatibilidad entre tecnologías la situación natural es la existencia de cuotas de mercado muy distintas sin que para ello sea preciso incurrir en prácticas ilegales (Economides, 2000).

- Provoca que los potenciales consumidores consideren en su decisión de compra las expectativas futuras de éxito de las distintas redes en competencia.

Es posible distinguir al menos tres tipos diferentes de efectos de red (ver por ejemplo Zodrow, 2003; Amit y Zott, 2001; Goolsbee y Zittrain, 1999; Keilbach y Posch, 1998; Yoffie, 1996; Katz y Shapiro, 1985):

- *Efectos de red directos*. Se producen cuando el valor de conectarse a una red se incrementa con el número de puntos de comunicación. Por ejemplo, la utilidad para un consumidor de adquirir un teléfono depende del número de teléfonos ya instalados con los que se pueda establecer comunicación.

- *Efectos de red indirectos*. Al incrementarse el número de usuarios de una red se producirá una bajada de precios en los productos, al tiempo que se incrementará la variedad de productos complementarios y su facilidad de compra, con lo que los potenciales clientes se verán beneficiados.

- *Efectos de red de aprendizaje*. Al aumentar el tamaño de la red se incrementará el número de usuarios con conocimientos específicos sobre el estándar tecnológico asociado. Poniendo a disposición de otros consumidores sus conocimientos, estos usuarios experimentados favorecen la expansión de la red.

Por otra parte, los productos sujetos a efectos de red suelen seguir una evolución temporal en forma sigmoïdal (ver por ejemplo Shapiro y Varian, 1999, p. 170; Loch y Huberman, 1999), además de manifestar sensibilidad a las condiciones iniciales: pequeñas diferencias en las cuotas de mercado durante la etapa inicial pueden suponer una gran diferencia en la evolución de las distintas tecnologías (Schilling, 2002 y 1998; Wade, 1995; Arthur, 1989 y 1990). Esto implica que un determinado producto puede hacerse con la totalidad del mercado eliminando a otros técnicamente superiores. Del mismo modo, puesto que el número de usuarios constituye un factor crítico en estos mercados, resulta difícil sustituir a una tecnología ya instalada, por lo que dicha sustitución será posible en la medida en que el nuevo estándar ofrezca unas prestaciones muy superiores (Shapiro y Varian, 1999, p. 187).

Por otra parte, el que los efectos de red lleven en muchas ocasiones a una situación en la que una única tecnología sea adoptada tiene, sin duda, algunos inconvenientes (Zodrow, 2003; Brynjolfsson y Kemerer, 1996; Farrell y Saloner, 1992):

- Reducción de la variedad o diversidad. Por ejemplo la competencia entre los vídeos VHS y Beta hizo desaparecer estos últimos, de modo que quienes quisiesen disponer de un reproductor de vídeo doméstico debían adquirir uno con el estándar VHS, sin tener ninguna otra opción disponible.

- Posible pérdida de eficiencia como consecuencia de la elección de un estándar que no sea el más adecuado. Además, puesto que una vez ini-

ciado el proceso de realimentación positiva resulta complicado, costoso y lento sustituir una tecnología ya instalada por otra, puede pasar mucho tiempo hasta que se logra sustituir un estándar por otro mejor.

- En determinados casos puede producirse una congestión de la red, como ocurre en el caso de Internet, apareciendo de este modo una fuerza de sentido contrario a los efectos de red y que limita su crecimiento: las denominadas externalidades de congestión. De hecho algunos autores (Sohn *et al.*, 2002; Gupta *et al.*, 2000; Gupta *et al.*, 1999; Westland, 1992) han estudiado la necesidad de introducir una adecuada política de precios por el uso de las redes de comunicación (p.e. Internet) para evitar precisamente dichos problemas.

### 3. MODELOS DE COMPETENCIA TECNOLÓGICA EN PRESENCIA DE EFECTOS DE RED

La formulación de modelos de competencia tecnológica en presencia de efectos de red puede abordarse desde diferentes perspectivas. Sin embargo un enfoque desde la teoría de sistemas dinámicos presenta importantes ventajas respecto a otras alternativas posibles. En primer lugar, como afirma Van Hove (1999), apenas si se ha desarrollado literatura sobre competencia entre más de dos estándares incompatibles, aunque existen notables excepciones como los trabajos de Matutes y Padilla (1994) y Keilbach y Posch (1998). En este sentido, la ventaja que representa el enfoque basado en la teoría de sistemas dinámicos es que hace relativamente sencillo generalizar un modelo de competencia para incluir tantas tecnologías como se desee, con la única limitación del coste computacional de resolución de las ecuaciones.

Otro problema de las investigaciones en este campo es la escasez de datos para efectuar las correspondientes validaciones empíricas, problema que se incrementa sustancialmente a medida que se pretenden validar modelos con varias tecnologías en competencia. En este sentido, resulta relativamente sencillo estudiar los modelos formulados mediante la teoría de sistemas dinámicos empleando una validación por simulación numérica.

La tercera ventaja de emplear este enfoque, y ciertamente la más importante de todas, es que al ser los efectos de red un fenómeno caracterizado por la presencia de realimentación, la teoría de sistemas dinámicos surge de forma natural como la manera más adecuada de modelizar dicho fenómeno: cualquier sistema realimentado de dimensión finita puede ser representado mediante ecuaciones diferenciales o en diferencias (Mees, 1986, p. 99).

El proceso lógico para formular un modelo de competencia tecnológica desde esta óptica es partir de un modelo de difusión que presente una evolución de tipo sigmoide, e incluir posteriormente los términos correspondientes a la interacción competitiva. Por ejemplo, el modelo de Lotka-Volterra, que puede emplearse para representar esquemas de competen-

cia en presencia efectos de red, no es sino una generalización del modelo de difusión logístico:

$$\begin{array}{l}
 \text{EC. LOGÍSTICA} \qquad \qquad \text{MODELO LOTKA-VOLTERRA} \\
 \frac{dx}{dt} = r \cdot x \cdot (1-x) \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_i}{dt} = r_i \cdot x_i \cdot (1-x_i) - x_i \cdot \sum_{j \neq i} a_{ij} \cdot x_j \\ i = 1, 2, \dots, n \end{array} \right. \quad [1]
 \end{array}$$

De hecho, la mayoría de los modelos de competencia entre estándares tecnológicos basados en sistemas dinámicos, parten de una ecuación de difusión de tipo logístico o Bass. Sirvan de ejemplo los siguientes trabajos:

- López *et al.* (2003) y López y Sanjuan (2001) estudiaron la competencia entre portales de Internet en base a las ecuaciones de Lotka-Volterra.
- Mahajan y Peterson (1978) propusieron un modelo de competencia tecnológica basado en una extensión del modelo de Bass.
- Altinkemer *et al.* (2003) plantearon un modelo similar (puede verse como una generalización del modelo de Bass), aunque con ciertas modificaciones para introducir el efecto del robo de clientes entre tecnologías.

Sin embargo apenas se han explorado otras posibilidades, y puesto que existen multitud de modelos de difusión diferentes con evolución de tipo sigmooidal<sup>2</sup> (en el cuadro 1 se muestran algunos de los más conocidos), teóricamente es posible plantear los correspondientes modelos de competencia a partir de cada uno de ellos.

Nos centraremos en este trabajo en la generalización del modelo de Gompertz ya que este modelo es, junto al logístico, el más conocido y empleado en la literatura económica para el estudio de los procesos de crecimiento (Raeside, 1988)<sup>3</sup>. Como ejemplos recientes de su aplicación, Kiiski y Pohjola (2002) utilizaron dicho modelo para analizar la difusión de Internet entre los años 1995 y 2000. También Menkova (2004), recurrió al modelo Gompertz con un fin similar (estudiar la difusión de Internet<sup>4</sup>). Gutiérrez *et al.* (2005a) estudiaron sus posibilidades como modelo estocástico de crecimiento para el consumo de gas natural en España, com-

(2) Para una revisión detallada de los diferentes modelos de difusión de tipo sigmooidal de tipo continuo (ecuaciones diferenciales) ver por ejemplo López Sánchez y Arroyo Barrigüete (2005).

(3) Pese a conocerse desde 1825, el modelo Gompertz sigue siendo empleado actualmente para estudiar procesos de difusión tecnológica. De hecho, en trabajos recientes sobre difusión de innovaciones, dicho modelo junto con el logístico, continúa siendo un referente con el que comparar nuevas propuestas (ver por ejemplo Perira y Pernias-Cerrillo, 2005).

(4) En este caso se empleaba la difusión de Internet como medida de la "brecha digital" entre países.

parándolo con otra serie de modelos alternativos. Y adicionalmente existen trabajos que modifican el modelo de Gompertz para incorporar ciertas mejoras (ver por ejemplo Gutiérrez *et al.*, 2005b).

**Cuadro 1**  
**ALGUNOS MODELOS DE DIFUSIÓN (FORMULADOS EN CUOTA DE MERCADO EN TANTO POR UNO)**

MODELO	ECUACIÓN	REFERENCIAS
Gompertz	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta \cdot x(t) \cdot \ln \frac{1}{x(t)}$ $x(t) = \exp[-\exp(-\beta \cdot t + k)]$	Franses (1994), Morrison (1996)
Gompertz. Variante de Chow	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta(t) \cdot x(t) \cdot \ln \frac{1}{x(t)}$ $x(t) = \exp[-\exp(-\int \beta(z) \cdot dz)]$	Chow (1967)
Gaussiano	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	Rogers (1962)
Log-Normal	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{t \cdot \sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left[-\frac{(\ln(t) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	Bain (1963)
Weibull	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right]$ $x(t) = 1 - \exp[-(t/\alpha)^\beta]$	Sharif e Islam (1980)
Weibull con tres parámetros	$x(t) = 1 - \exp[-((t - \tau)/\alpha)^\beta]$	Murthy <i>et al.</i> (2004: 9)
Log-Recíproco	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{b \cdot t^2} \exp\left[-\frac{1}{b \cdot t}\right]$ $x(t) = \exp[-1/(b \cdot t)]$	McCarthy y Ryan (1976)
Singh y Maddala	$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot t^{a_2-1}}{(1 + a_1 \cdot t^{a_2})^{a_1+1}}$ $x(t) = 1 - 1/(1 + a_1 \cdot t^{a_2})^{a_1}$	Singh y Maddala (1976)
Adaptativo Polinómico	$\frac{dx(t)}{dt} = P_0 + 2 \cdot a_2 \cdot t + 3 \cdot a_3 \cdot t^2 + 4 \cdot a_4 \cdot t^3$	Martín-Carrillo (2000: 170-189)
Logístico	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta \cdot x(t) \cdot (1-x(t))$ $x(t) = 1/[1 + \exp(-\beta \cdot (t - t_0))]$	Griliches (1957 y 1960), Mansfield (1961)
Logístico. Variante de Chow	$\frac{dx(t)}{dt} = \beta(t) \cdot x(t) \cdot (1-x(t))$ $x(t) = 1/[1 + \exp(-\int \beta(z) \cdot dz)]$	Hernes (1976)
Paloheimo y Dickie	$\frac{dx(t)}{dt} = H \cdot x(t)^d - k \cdot x(t)^n$	Paloheimo y Dickie (1965)
Bass	$\frac{dx(t)}{dt} = (p+q \cdot x(t)) \cdot (1-x(t))$ $x(t) = \frac{1 - \exp(-(p+q) \cdot t)}{1 + (q/p) \cdot \exp(-(p+q) \cdot t)}$	Bass (1969)

Fuente: elaboración propia.

En conclusión, el modelo Gompertz presenta una serie de características que lo hacen sumamente atractivo para analizar procesos de difusión tecnológica, como lo demuestran los numerosos trabajos sobre el mismo que se siguen publicando en la actualidad. Esto justifica el interés de generalizar dicho modelo a esquemas de competencia, a fin de comprobar si dicha generalización también presenta unas buenas propiedades.

#### 4. PLANTEAMIENTO DE UN MODELO DE COMPETENCIA TECNOLÓGICA EN PRESENCIA DE EFECTOS DE RED

Basándonos en el modelo Gompertz, y siguiendo un planteamiento similar al de Arroyo Barrigüete y López Sánchez (2004), es posible formular el siguiente esquema:

$$\begin{array}{l}
 \text{EC. GOMPERTZ} \\
 \frac{dx}{dt} = r \cdot x \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x}\right)
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 \text{MODELO DE COMPETENCIA} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{dx_i}{dt} = r_i \cdot x_i \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x_i}\right) - x_i \cdot \sum_{j \neq i} a_{ij} \cdot x_j \\
 i, j = 1, 2, \dots, n \\
 a_{ij} > r_i > 0 \quad \forall i, j
 \end{array} \right.
 \end{array}
 \quad [2]$$

Siendo  $x_i$  la cuota de mercado en tanto por uno del estándar tecnológico  $i$ -ésimo,  $r_i$  el parámetro de crecimiento propio del estándar tecnológico  $i$ -ésimo y  $a_{ij}$  el parámetro de interacción competitiva entre los estándares  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo.

Puesto que las propiedades matemáticas de este modelo son sumamente complejas de analizar en el caso general, limitaremos nuestro estudio al caso particular de competencia entre 2 estándares tecnológicos, quedando en este caso el modelo reducido a la siguiente expresión:

$$\begin{array}{l}
 \frac{dx_1}{dt} = r_1 \cdot x_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x_1}\right) - a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 \\
 \frac{dx_2}{dt} = r_2 \cdot x_2 \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x_2}\right) - a_{21} \cdot x_2 \cdot x_1
 \end{array}
 \quad [3]$$

con las condiciones de contorno  $a_{12}, a_{21} > r_1, r_2 > 0$ . Lógicamente, para poder representar esquemas de competencia, la interacción entre los dos estándares ha de ser negativa, lo que supone imponer la condición de que los coeficientes de influencia competitiva ( $a_{ij}$ ) sean mayores que cero. En esta misma línea los coeficientes  $r_i$ , que representan las características propias de cada tecnología, también deben de ser positivos. De hecho, a fin de reflejar la naturaleza de los efectos de red, deben imponerse condiciones de competencia intensa, lo que es equivalente en términos matemáticos a la siguiente condición:  $a_{ij} > r_i$ .

Estas condiciones implican que ambos estándares son sustitutivos entre sí y, por tanto, sus cuotas de mercado complementarias.

#### 4.1. Estudio de las propiedades del modelo

A modo de síntesis, se han enumerado a continuación las características más relevantes que se trataron en el apartado 2, vinculando las mismas con diferentes condiciones que el modelo habría de cumplir. En cada caso, y empleando diferentes algoritmos de simulación numérica, se ha estudiado en qué medida el modelo satisface dichas condiciones. En el presente trabajo hemos resuelto el sistema de ecuaciones mediante el algoritmo de Runge-Kutta de orden cuatro con paso  $h = 0,01$ , ya que diversas pruebas realizadas confirman que con este paso se obtiene una precisión suficiente.

### *Evolución sigmoïdal*

Como ya se ha mencionado anteriormente, de acuerdo a la literatura teórica la evolución temporal del estándar tecnológico vencedor ha de ser de tipo sigmoïdal, y cuanto mayor sea la diferencia entre los estándares rivales, más rápido será su crecimiento. Pese a partir de un modelo de difusión de tipo sigmoïdal, no existen garantías de que al ser generalizado a un modelo de competencia éste siga manifestando dicho comportamiento, de modo que es necesario evaluar el cumplimiento de esta condición.

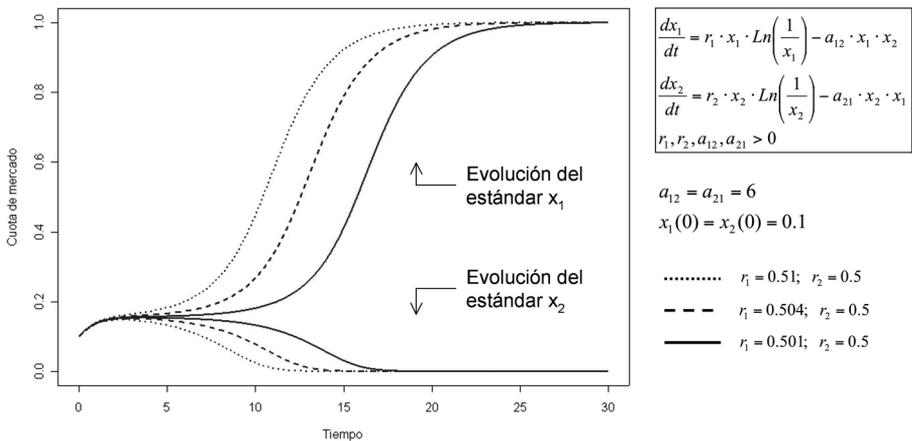
En este sentido el gráfico 1 muestra los resultados obtenidos tras resolver el modelo para distintos valores de sus parámetros, y como puede comprobarse se aprecia una clara evolución sigmoïdal. Además, a medida que se incrementan las diferencias entre los dos estándares (coeficientes  $r_i$ ), más rápido es el proceso. Por tanto queda confirmado que el modelo propuesto verifica la primera condición recogida en el apartado 2.

### *Tendencia a la adopción de un único estándar*

Otra condición que el modelo habría de cumplir es que pequeñas diferencias en las características de los estándares tecnológicos deben hacer que el modelo evolucione hacia cuotas de mercado muy diferentes, de modo que a largo plazo se produzca la eliminación de una de las tecnologías.

En el gráfico 1 se observa este comportamiento, ya que las pequeñas diferencias existentes entre los coeficientes  $r_i$  de las dos tecnologías suponen una enorme diferencia en su evolución. Por tanto el modelo efectivamente presenta esta tendencia a la adopción de un único estándar para determinados valores de sus parámetros.

**Gráfico 1**  
**EVOLUCIÓN DEL MODELO (ESCENARIOS DEL TIPO**  
**WINNER TAKES ALL)**

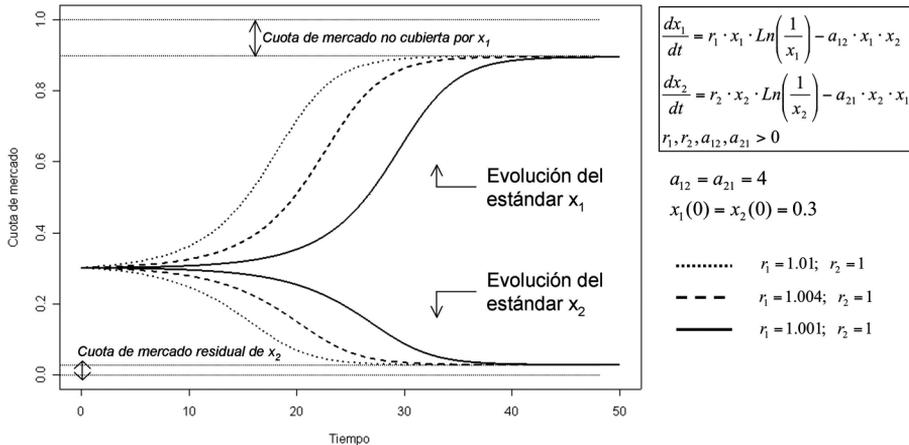


Fuente: elaboración propia (Algoritmo de Runge-Kutta de orden 4 programado en "R").

Sin embargo merece la pena destacar una diferencia significativa respecto al modelo de Lotka-Volterra, empleado en otros trabajos para representar competencia en presencia de efectos de red. El modelo de Lotka-Volterra, al imponer condiciones de competencia intensa ( $a_{ij} > r_i$ ), sólo permite a largo plazo un equilibrio estable en el que una de las tecnologías alcanza una cuota de mercado igual a 1 y la otra igual a 0. Sin embargo el modelo propuesto se comporta de manera diferente, ya que incluso en condiciones de competencia intensa ( $a_{ij} > r_i$ ), si los parámetros adoptan determinados valores, el equilibrio final no implica la adopción total del estándar vencedor y la desaparición completa del estándar vencedor. Es decir, eligiendo adecuadamente los valores de los parámetros, el equilibrio final viene dado por una adopción parcial del estándar vencedor (cuota final de equilibrio menor que 1) y la supervivencia del estándar inferior con una reducida cuota de mercado (gráfico 2).

El modelo presenta por tanto un comportamiento más rico que el de Lotka-Volterra, ya que, incluso bajo condiciones de competencia intensa, no sólo permite equilibrios del tipo *winner takes all*, sino que también incorpora la posibilidad de reflejar escenarios del tipo *winner takes most*.

**Gráfico 2**  
**EVOLUCIÓN DEL MODELO (ESCENARIOS DEL TIPO WINNER TAKES MOST)**



Fuente: elaboración propia (Algoritmo de Runge-Kutta de orden 4 programado en "R")

*Sustitución de un estándar instalado*

La sustitución de un estándar ya instalado es un proceso costoso, de modo que sólo será posible que un nuevo estándar sustituya al anterior si sus características tecnológicas son muy superiores, como ocurre por ejemplo en el caso del VHS y el DVD. En este sentido el gráfico 3 muestra el proceso de sustitución de un estándar ya instalado, según el siguiente proceso:

1. Inicialmente se produce una batalla de estándares entre las tecnologías  $x_1$  y  $x_2$ . En este caso la tecnología  $x_1$  resulta vencedora merced a su superioridad tecnológica (mayor coeficiente  $r_1$ ).

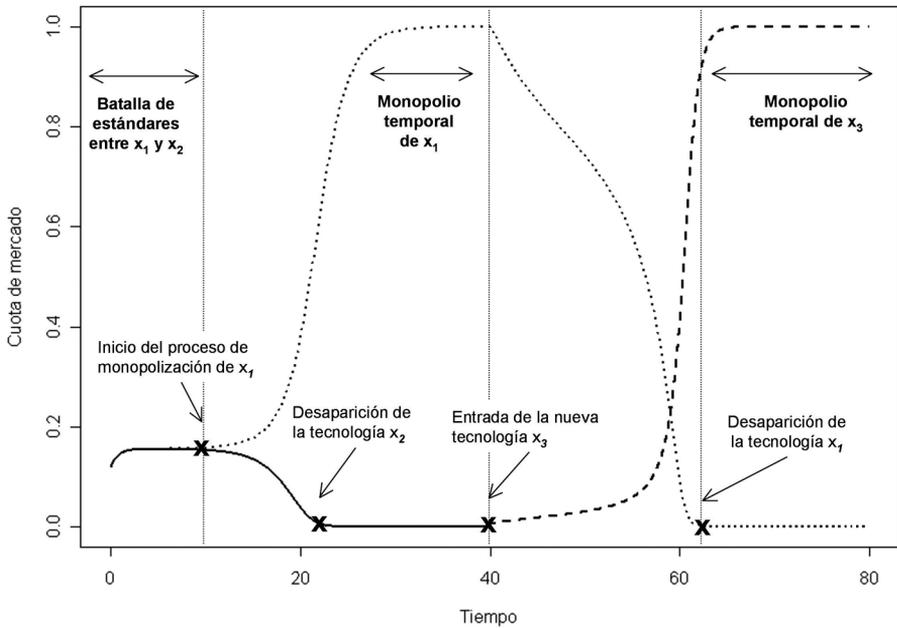
2. Debido a la naturaleza de este tipo de mercados, el estándar  $x_2$  queda eliminado, gozando el estándar  $x_1$  de un monopolio temporal.

3. En un momento determinado, aparece un nuevo estándar  $x_3$ , tecnológicamente superior a  $x_1$ , de modo que se inicia una nueva batalla de estándares. Es preciso destacar la gran diferencia entre los coeficientes  $r_1$  y  $r_3$  que debe existir para lograr esta sustitución.

4. Pese a la elevada cuota de mercado de la tecnología  $x_1$ , la superioridad tecnológica de  $x_3$  se impone, de modo que el estándar  $x_1$  es sustituido y el estándar  $x_3$  pasa a gozar de un nuevo monopolio temporal.

Por tanto queda confirmado que el modelo predice la posible sustitución de un estándar ya instalado, aunque tal y como cabría esperar desde un punto de vista teórico, para ello el nuevo estándar debe ser significativamente superior en cuanto a sus prestaciones.

**Gráfico 3**  
**PROCESO DE SUSTITUCIÓN DE UN ESTÁNDAR INSTALADO**



.....	Estándar $x_1$ ( $r_1 = 0.5001$ )	$a_{12} = a_{21} = 6$
—	Estándar $x_2$ ( $r_2 = 0.5$ )	$a_{13} = a_{31} = 6$
- - -	Estándar $x_3$ ( $r_3 = 1.3$ )	$x_1(t = 0) = x_2(t = 0) = 0.12$
		$x_3(t = 40) = 0.005$

Fuente: elaboración propia (Algoritmo de Runge-Kutta de orden 4 programado en "R").

## 5. CONCLUSIONES

Como se ha podido comprobar, es posible plantear un modelo de competencia en presencia de efectos de red a partir de la ecuación Gompertz. El modelo propuesto presenta las principales características que la literatura teórica identifica, lo que prueba que la ecuación logística o la de Bass no son las únicas aproximaciones posibles a partir de las que desarrollar modelos de competencia.

La principal limitación de este trabajo es que únicamente se han estudiado las propiedades del modelo para el caso particular de dimensión 2. En este sentido, en investigaciones posteriores sería conveniente analizar su comportamiento para casos más generales, verificando que efectivamente sus propiedades no dejan de ser las adecuadas. También sería interesante comparar las predicciones de este modelo con las de otros modelos previos basados en la ecuación logística, a fin de determinar cuál de ellos resulta más adecuado.

Por último, y de forma análoga a como se ha procedido en este trabajo, habría que investigar en qué medida otras ecuaciones de difusión son generalizables a esquemas de competencia. El hecho de que la logística y la Gompertz sean las dos más empleadas no garantiza que constituyan la mejor aproximación, por lo que tampoco existen garantías de que los modelos de competencia desarrollados a partir de ellas sean los mejores posibles.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Altinkemer, K.; Yue, W. y Yu, L. (2003): "Adoption of Low Earth Orbit Satellite Systems: A Diffusion Model Under Competition", *Information Technology and Management*, vol. 4, n° 1, pp. 33-54.
- Amit, R. y Zott, C. (2001): "Value Creation in e-Business", *Strategic Management Journal*, vol. 22, n° 6-7, pp. 493-520.
- Arroyo Barrigüete, J. L. y López Sánchez, J. I. (2004): "Externalidades de red en la economía digital", Comunicación en el XIV Congreso Nacional ACEDE, septiembre, Murcia.
- Arthur, B. W. (1990): "Positive Feedbacks in the Economy", *Scientific American*, vol. 262, n° 2, pp. 92-99.
- Arthur, B. W. (1989): "Competing Technologies, Increasing Returns and Lock-in by Historical Events", *The Economic Journal*, vol. 99, n° 394, pp. 116-131.
- Bain, A. D. (1963): "Demand for New Commodities", *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, vol. 126, n° 2, pp. 285-299. Disponible en Internet en <http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p01b/p0196.pdf>
- Bass, F. M. (1969): "A New Product Growth Model for Consumer Durables", *Management Science*, vol. 15, n° 5, pp. 215-227.

- Besen, M. S. y Farrell, J. (1994): "Choosing How to Compete: Strategies and Tactics in Standardization", *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, n° 2, pp. 117-131.
- Brynjolfsson, E. y Kemerer, C. F. (1996): "Network Externalities in Micro-computer Software: An Econometric Analysis of the Spreadsheet Market", *Management Science*, vol. 42, n° 12, pp. 1627-1647.
- Chow, G. C. (1967): "Technological Change and the Demand for Computers", *American Economic Review*, vol. 57, n° 5, pp. 117-130.
- Economides, N. (2000): "Notes on Network Economics and the New Economy", Lecture Notes, Stern School of Business. Disponible en Internet en <http://www.stern.nyu.edu/networks/exmba/netnotes2000.pdf>
- Farrell, J. y Saloner, G. (1992): "Converters, Compatibility, and the Control of Interfaces", *The Journal of Industrial Economics*, vol. 40, n° 1, pp. 9-35.
- Franses, P. H. (1994): "Finding a Gompertz Curve", *Journal of the Operational Research Society*, vol. 45, n° 1, pp. 109-113.
- Fuentelsaz, L.; Maicas, J. P. y Polo, Y. (2003): "Economía digital y estrategia empresarial: un análisis desde la dirección estratégica", *Revista de Empresa*, n° 5, pp. 54-69.
- Goolsbee, A. y Zittrain, J. (1999): "Evaluating the Costs and Benefits of Taxing Internet Commerce", *National Tax Journal*, vol. 52, n° 3, pp. 413-428.
- Griliches, Z. (1960): "Hybrid Corn and the Economics of Innovation", *Science*, vol. 132, pp. 275-280.
- Griliches, Z. (1957), "Hybrid Corn: An Exploration in the Economics of Technological Change", *Econometrica*, vol. 25, n° 4, pp. 501-522.
- Gupta, A.; Jukic, B.; Stahl, D. O. y Whinston, A. B. (2000): "Extracting Consumer's Private Information for Implementing Incentive-Compatible Internet Traffic Pricing", *Journal of Management Information Systems*, vol. 17, n° 1, pp. 9-29.
- Gupta, A.; Jain, D. C. y Sawheny, M. S. (1999): "Modelling the Evolution of Markets with Indirect Network Externalities: An Application to Digital Television", *Marketing Science*, vol. 18, n° 3, pp. 396-416.
- Gutiérrez, R.; Nafidi, A. y Gutiérrez Sánchez, R. (2005a): "Forecasting total natural-gas consumption in Spain by using the stochastic Gompertz innovation diffusion model", *Applied Energy*, vol. 80, n° 2, pp. 115-124.
- Gutiérrez, R.; Nafidi, A. y Gutiérrez Sánchez, R. (2005b): "A Generalization of the Gompertz Diffusion Process: Statistical Inference and Application", Ninth International Conference Zaragoza-Pau on Applied Mathematics and Statistics, septiembre, Jaca.

- Hernes, G. (1976): "Diffusion and Growth. The Non Homogeneous Case", *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 78, nº 3, pp. 427-436.
- Katz, M. L. y Shapiro, C. (1986): "Technology Adoption in the Presence of Network Externalities", *Journal of Political Economy*, vol. 94, nº 4, pp. 822-841.
- Katz, M. L. y Shapiro, C. (1985): "Network Externalities, Competition and Compatibility", *The American Economic Review*, vol. 75, nº 3, pp. 424-440.
- Keilbach, M. y Posch, M. (1998): "Network Externalities and the Dynamics of Markets", Interim Report of the International Institute for Applied Systems Analysis, ITR-98-089.
- Kiiski, S. y Pohlola, M. (2002): "Cross-Country Diffusion of the Internet", *Information Economics and Policy*, vol. 14, nº 2, pp. 297-310.
- Loch, C. H. y Huberman, B. A. (1999): "A Punctuated-Equilibrium Model of Technology Diffusion", *Management Science*, vol. 45, nº 2, pp. 160-177.
- López, L.; Almendral, J. A. y Sanjuan, M. A. F. (2003): "Complex Networks and the WWW Market", *Physica A*, vol. 324, nº 3-4, pp. 754-758.
- López, L. y Sanjuan, M. A. F. (2001): "Defining Strategies to Win in the Internet Market", *Physica A*, vol. 301, nº 1, pp. 512-534.
- López, J. I. y Arroyo, J. L. (2005): "Modelos de difusión tecnológica en presencia de efectos de red", Comunicación en el XV Congreso Nacional ACEDE, septiembre, La Laguna.
- Mahajan, V. y Peterson, R. A. (1978): "Multi-product Growth Models", *Research in Marketing*, vol. 1, nº 1, pp. 201-231.
- Mansfield, E. (1961): "Technical Change and the Rate of Imitation", *Econometrica*, vol. 29, nº 4, pp. 741-767.
- Martín-Carrillo, A. (2000): "Desarrollo de un modelo flexible de difusión de innovaciones: aplicación a los casos de nuevas tecnologías aeroespaciales y de internet", Tesis Doctoral no publicada, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid.
- Matutes, C. y Padilla, A. J. (1994): "Shared ATM Networks and Banking Competition", *European Economic Review*, vol. 38, nº 5, pp. 1113-1138.
- McCarthy, C. y Ryan, C. J. (1976): "An Econometric Model of Television Ownership", *Economic and Social Review*, vol. 7, pp. 256-177.
- Mcgee, J. y Sammut, T. A. (2002): "Network Industries in the New Economy", *European Business Journal*, vol. 14, nº 3, pp. 116-132.

- Mees, A. (1986): "Chaos in Feedback Systems", en Holden, A. V. (ed.), *Chaos*, Manchester University Press, Nueva Jersey, pp. 99-110.
- Menkova, V. (2004): "Digital Divide and Cross Country Diffusion of the Internet". Tesis de Master no publicada. Universidad Nacional Kiyv Mohyla Academy (NaUKMA). Disponible en Internet en [http://www.eerc.org/research/matheses/2004/Menkova\\_Viktoriya/body.pdf](http://www.eerc.org/research/matheses/2004/Menkova_Viktoriya/body.pdf)
- Morrison, J. (1996): "How to use diffusion models in new product forecasting", *The Journal of Business Forecasting Methods & Systems*, vol.15, n° 2, pp. 6-9.
- Murthy, D. N. P.; Xie, M. y Jiang, R. (2004): *Weibull Models*, John Wiley & Sons, Inc., Nueva York.
- Paloheimio, J. E. y Dickie, L. M. (1965): "Food and Growth of Fishes. 1. A Growth Curve Derived from Experimental data", *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, vol. 22, pp. 521-542.
- Pereira, P. y Pernías-Cerrillo, J. C. (2005): "The Diffusion of Cellular Telephony in Portugal before UMTS: A Time Series Approach", Working Paper n° 8, Autoridade da Concorrência. Disponible en Internet en <http://www.autoridadedaconcorrenca.pt/vlimages/mobilept.pdf>
- Raeside, R. (1988): "The Use of Sigmoids in Modelling and Forecasting Human Populations", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, vol. 151, n° 3, pp. 499-513.
- Rogers, E. M. (1962): *Diffusion of Innovations*, The Free Press, Nueva York.
- Schilling, M. A. (2002): "Technology Success and Failure in Winner-Take-All Markets: the Impact of Learning Orientation, Timing and Network Externalities", *Academy of Management Journal*, vol. 45, n° 2, pp. 387-398.
- Schilling, M. A. (1998): "Technological Lockout: An Integrative Model of the Economic and Strategic Factors Driving Technology Success and Failure", *Academy of Management Review*, vol. 23, n° 2, pp. 267-284.
- Shapiro, C. y Varian, H. R. (1999): *El dominio de la información. Una guía estratégica para la economía de la red*, Antoni Bosch, Barcelona.
- Sharif, N. M. e Islam, N. M. (1980): "The Weibull Distribution as a General Model for Forecasting Technological Change", *Technological Forecasting and Social Change*, vol. 18, n° 3, pp. 247-256.
- Singh, S. K. y Maddala, G. S. (1976): "A Function for Size Distribution of Incomes", *Econometrica*, vol. 44, n° 5, pp. 963-970.
- Sohn, Y. S.; Joun, H. y Chang, D. R. (2002): "A Model of Consumer Information Search and Online Network Externalities", *Journal of Interactive Marketing*, vol. 16, n° 4, pp. 2-14.

- Van Hove, L. (1999): "Electronic Money and the Network Externalities Theory: Lessons for Real Life", *Netconomic: Economic Research and Electronic Networking*, vol. 1, nº 2, pp. 137-171.
- Wade, J. (1995): "Dynamics of Organizational Communities and Technological Bandwagons: An Empirical Investigation of Community Evolution in the Microprocessor Market", *Strategic Management Journal*, Special Issue, vol. 16, pp. 111-133.
- Westland, J. C. (1992): "Congestion and Network Externalities in the Short Run Pricing of Information System Services", *Management Science*, vol. 38, nº 7, pp. 992-1009.
- Yoffie, D. M. (1996): "Competing in the Age of Digital Convergence", *California Management Review*, vol. 38, nº 4, pp. 31-53.
- Zodrow, G. R. (2003): "Network Externalities and Indirect Tax Preferences for Electronic Commerce", *International Tax and Public Finance*, vol. 10, nº 1, pp. 79-97.

#### ABSTRACT

The main objective of this work is to develop a new competence model in the presence of network effects, generalizing the Gompertz curve. We aim to show that this model can reflect the features of network externalities as good as well as previous models based on logistic or Bass curve. The results confirm that the model's behaviour agrees with the expected behaviour from a theoretical viewpoint.

*Key words:* network effects, technological competence, Gompertz curve.

