

UNA REVISIÓN TÉCNICA DE LOS MODELOS DE TIPOS DE CAMBIO EN RÉGIMEN CAMBIARIO DE BANDAS DE FLUCTUACIÓN

Eduardo L. Giménez-Fernández*
Universidad de Vigo

Este trabajo es una revisión técnica de los modelos de régimen cambiario de bandas de fluctuación (o zona objetivo) y sistematiza el fundamento teórico de los diversos modelos que se consideraron en esta literatura. El objetivo es doble. Por un lado se señalan las hipótesis subyacentes y la metodología matemática utilizada en cada modelo. Por otro se indican las razones por las que los diferentes modelos de bandas de fluctuación se fueron refinando técnicamente ante la necesidad de responder a los acontecimientos y hechos que se observaron en las economías.

Palabras clave: Tipos de cambio, Bandas de fluctuación, Variables fundamentales de la economía.

1. INTRODUCCIÓN

Una crítica a ciertos desarrollos en Teoría Económica es la ausencia de una contrapartida en el mundo real del objeto estudiado. Observar la realidad, hacerse preguntas sobre la misma, tratar de explicarla e interpretarla a través de modelos económicos, cotejar los resultados de los modelos nuevamente con la realidad e ir modificando y/o refinando dichos modelos es una buena forma de hacer economía.

(*) Las conversaciones y bibliografía sugeridas tanto por Manuel Santos Santos como por Maribel Campos han enriquecido en gran medida esta revisión. Asimismo agradezco los comentarios de un evaluador anónimo de esta revista, y a Antonio Heredero por su ayuda en la elaboración de los gráficos.

Al inicio de la década de los 90 se produjo un “boom” en la literatura económica teniendo como protagonista a los tipos de cambio y, en concreto, a un régimen cambiario intermedio entre el tipo de cambio fijo y el tipo de cambio flexible: las bandas de fluctuación o zonas objetivo (*target zones*). Dos fueron las razones de este inusitado interés. Por un lado la Europa Comunitaria, en pleno proceso integrador, precisaba una paridad cambiaria estable encaminada a la desaparición de las monedas nacionales y, por tanto, a la integración monetaria. El Sistema Monetario Europeo (S.M.E.) parecía el marco adecuado: los países integrantes se obligaban a mantener la paridad de sus monedas dentro de unas bandas del 2,25% (6% para ciertos países, como por ejemplo España) alrededor de una paridad central comprometiéndose activamente a defender dicha banda mediante la intervención de su Banco Central.

Sin embargo el comportamiento del tipo de cambio dentro de la banda de fluctuación prácticamente no poseía sustento teórico.¹ Hasta la fecha los economistas habían estudiado el tipo de cambio a través de diversas teorías, pero siempre en el marco de dos casos extremos: tipo de cambio fijo y tipo de cambio flexible, con y sin movilidad en el mercado de capitales. Esto constituía implícitamente un reto. Recuérdese que los gobiernos tienen la posibilidad de: a) fijar la paridad de tipo de cambio de la moneda nacional frente a otras monedas, b) poseer una política monetaria independiente, y c) permitir la libre circulación de capitales financieros internacionales. Una de las implicaciones más establecidas en economía internacional es la imposibilidad de llevar a cabo simultáneamente estas tres políticas. Adoptando dos cualesquiera imposibilita la tercera. Por ejemplo, si un gobierno fijara una paridad del tipo de cambio o bien no podría permitir la libre circulación de capitales extranjeros, o bien perdería independencia en su política monetaria. De ahí el interés de un sistema cambiario intermedio que permitiera cierta independencia de la política monetaria con libre circulación de capitales, pero manteniendo el tipo de cambio estable alrededor de una paridad central.

No fue hasta el artículo seminal de Krugman (1987), más tarde publicado en 1991, donde, resucitando el viejo modelo monetario de determinación del tipo de cambio y combinándolo con la teoría de valoración de opciones, se introduce la existencia de unos límites de fluctuación para los tipos de cambio. Este artículo fue el pistoletazo de salida para una línea de investigación que estuvo en boga durante los primeros años de la década de los noventa. Multitud de artículos coparon las principales revistas de economía del mundo y algunas de las cuales incluso le prestaron gran atención (por ejemplo en España, *Cuadernos Económicos del ICE*, 1993/1). El modelo inicial se refinó y amplió, y más preguntas se intentaron responder (por ejemplo se llegó a fundamentar teóricamente la posible no viabilidad del sistema de bandas y su probable colapso). El

(1) Por ejemplo, en Williamson (1985) exclusivamente se reclamaba la existencia de una banda alrededor de una paridad central. Algo análogo ocurría en Miller y Williamson (1987).

libro editado por Krugman y Miller (1991) recopiló los artículos más relevantes de esta incipiente literatura. Por otra parte, diversos trabajos presentaron una panorámica de esta línea. Svensson (1992) se centró en una presentación no técnica de la literatura teórica y empírica, Bertola (1994) se concentró en las herramientas matemáticas de la modelización de las bandas de fluctuación, De Arcangelis (1994) presentó la evidencia empírica de los modelos y Kempa y Nelles (1999) complementaron estos análisis con una discusión de los desarrollos más recientes tales como expectativas de realineamiento endógeno, rigidez de precios y reglas monetarias endógenas.²

Nuevamente un hecho de la realidad determinó el declive de esta línea. La negativa de Dinamarca en el referendium de Maastricht, la falta de confianza en el sistema de bandas (traducido en tormentas monetarias), y su posterior colapso (con la salida de Italia y Reino Unido) y ampliación al 15% de la amplitud de la banda –estableciendo a efectos prácticos un tipo de cambio flexible en flotación *sucia* o controlada– disminuyó el interés teórico por esta línea.

Con un poco de perspectiva, sin embargo, es interesante analizar este “tercer sistema” cambiario, tanto a nivel teórico como a nivel práctico. Por un lado, el poso que dejó en la teoría de la determinación del tipo de cambio. Aquí se enmarca el actual debate entre los que señalan su preferencia por una opción cambiaria extrema –bien fija o flexible–, como Obstfeld y Rogoff (1997, Cap.8) que consideran al sistema de bandas como inherentemente vulnerable a crisis especulativas, frente a los que defienden las virtudes de este sistema cambiario intermedio donde un rediseño más flexible del mismo incluso permitiría reducir, sino prevenir, su vulnerabilidad en las crisis (ver Williamson, 2000). Por otro lado, a nivel práctico, son interesantes las lecciones que se pueden extraer de la experiencia europea para la constitución de nuevas áreas monetarias, como en el sudeste asiático o en el Mercosur.

La literatura de bandas de fluctuación trata de responder tres cuestiones básicas enumeradas en Svensson (1991b) y Kempa y Nelles (1999). Las dos primeras son positivas. En primer lugar, ¿cuál es el comportamiento del tipo de cambio en un régimen de zona objetivo comparado con el tipo de cambio fijo? es decir, ¿cuál es la dinámica del tipo de cambio, del tipo de interés y de las intervenciones del Banco Central dentro de las bandas?. La segunda se refiere a su viabilidad. ¿Por qué algunos sistemas de bandas de fluctuación persisten a lo largo del tiempo mientras otros colapsan o expulsan a alguna/s de las monedas que lo integran? En este sentido ¿ocasiona la banda de fluctuación unas expectativas sobre el tipo de cambio y, en el caso que existieran, son expectativas estabilizadoras o desestabilizadoras?

La tercera cuestión es normativa. ¿Los beneficios de imponer un sistema de bandas de fluctuación compensan sus costes económicos?, es

(2) Ver también Gámez y Torres (1996a,b) y tanto Campos-López (1993) como el capítulo 1 de su tesis doctoral, Campos-López (1999).

decir ¿es relevante la diferencia entre un régimen de bandas y un régimen completamente fijo? Y, en caso afirmativo ¿cuál de los dos regímenes es mejor?, o más concretamente, ¿cuáles son los factores que determinan la amplitud óptima de la banda?

Un sistema de bandas de fluctuación, o zona objetivo, se diferencia del régimen de tipo de cambio fijo en que permite un margen de variación del tipo de cambio alrededor de algún tipo central de referencia. Ya que la idea de las zonas objetivo es que el tipo de cambio se encuentra (normalmente) entre ambas bandas, es interesante centrarse en *cómo* se comportará el tipo de cambio dentro de la banda. La existencia misma de la banda debería afectar al comportamiento del tipo de cambio incluso cuando el tipo de cambio está en el interior de la banda y la zona no se defiende activamente. La adopción por parte de los agentes públicos y privados de un conjunto de acciones cuando hay credibilidad y existe evidencia de la defensa de la banda, parece describirse mejor mediante procesos no lineales. A nivel técnico, sorprendentemente, el análisis teórico de zonas objetivo tiene una gran similitud con problemas de valoración de opciones (*option pricing*) y muchas de las herramientas analíticas son comunes con la literatura de inversión real bajo incertidumbre y de inversión irreversible.

A continuación se realiza una revisión de la literatura de Bandas de Fluctuación centrándonos en los aspectos técnicos de los diferentes modelos teóricos y en las herramientas que se utilizan. Se distinguen tres grandes bloques. El primero es el modelo básico, utilizado por Krugman (1991), para una pequeña economía abierta con precios flexibles y mercados cambiarios eficientes. Este modelo describe el comportamiento del tipo de cambio en un régimen de bandas de fluctuación considerando exclusivamente mecanismos de intervención marginales y perfectamente creíbles del Banco Central para defender la banda. Sin embargo este modelo fue sistemáticamente rechazado por la evidencia empírica. Nuevos modelos intentaron ajustarse a las observaciones empíricas relajando en varias direcciones las diferentes hipótesis del modelo. En primer lugar, el supuesto de intervenciones exclusivamente marginales en la defensa de la banda, se abandonó dando paso al análisis de intervenciones intramarginales del Banco Central, tal y como se observaba en los datos (Lewis, 1990). En segundo lugar, la hipótesis de la perfecta credibilidad de la banda de fluctuación fue sustituida por la introducción de expectativas de realineamiento endógenas y exógenas (Bertola y Caballero, 1992). Estas dos extensiones del modelo básico cerrarán el primer bloque de estudio. En tercer lugar, la consideración de una pequeña economía abierta no parecía muy realista en ciertos casos, con lo que se realizó una aplicación a dos países (Delgado y Dumas, 1991). Esta extensión se realiza en un segundo bloque. Finalmente otros autores relajaron la perfecta flexibilidad de los precios, estudiando el impacto del ajuste lento en los precios sobre el comportamiento del tipo de cambio dentro de la banda (Miller y Weller, 1991a). Esta extensión se estudia en un último bloque. La revisión concluye con unas reflexiones y comentarios.

2. MODELOS DE BANDAS DE FLUCTUACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO

Como hipótesis inicial implícita se reconoce que el valor del tipo de cambio,³ como cualquier otro activo, depende tanto de unas variables fundamentales presentes de la economía, como también de su propio valor esperado futuro. Por tanto se trata al propio tipo de cambio como el precio de un activo *forward-looking* que se ajusta instantáneamente a "noticias" relacionadas con los "fundamentos" de la economía diferentes al propio tipo de cambio,⁴ así como de las expectativas del valor del tipo de cambio en el futuro. Para simplificar se supone que dicha dependencia funcional, o alguna transformación logarítmica, es *lineal* en los "fundamentos" agregados y en el valor de sus expectativas futuras. Finalmente se distinguen dentro de estas variables fundamentales agregadas dos tipos de determinantes. En primer lugar un conjunto de factores monetarios exógenos controlables, por ejemplo la oferta monetaria. En segundo lugar otras variables exógenas no controlables reunidas en una componente denominada genéricamente "velocidad". Los modelos que siguen estudian el comportamiento del tipo de cambio en un régimen de bandas de fluctuación tomando como punto de partida implícitamente este supuesto.

MODELO 1: Modelo monetario log-lineal de determinación del tipo de cambio para una pequeña economía abierta

Se presenta una versión del modelo de Krugman (1987).⁵ Consiste en un modelo monetario estocástico para una pequeña economía abierta, donde la estocasticidad procede de la existencia de un shock en la demanda de dinero, que verifica la Hipótesis 1A:

Hipótesis 1A: Los precios de las mercancías y los salarios son perfectamente flexibles, y existe pleno empleo. Hay perfecta movilidad de capitales, el mercado cambiario es eficiente y las intervenciones en el mercado cambiario no son esterilizadas.

Se suponen dos tipos de variables exógenas (en logaritmos). Una variable controlable, la oferta monetaria nominal m , y varias variables exógenas no controlables: el nivel de precios extranjero p^* , el tipo de interés nominal extranjero \tilde{r} y el nivel de la producción nacional (de pleno empleo), y . Las tres variables endógenas (en logaritmos), perfectamente flexibles, a determinar en el momento t son: a) el tipo de cambio nominal,

(3) Definimos el tipo de cambio de dos monedas en el momento t como el cociente relativo entre las dos monedas: número de unidades de moneda nacional por unidad de moneda extranjera en el momento t .

(4) La oferta monetaria nacional, producción y nivel de precios nacionales, tipo de interés nacional y tipo de interés extranjero, oferta monetaria extranjera, nivel de precios extranjeros, etc.

(5) Este modelo es la base teórica, entre otros, de los artículos de Krugman (1991), Svensson (1991a,b), Flood y Garber (1991), Froot y Obstfeld (1991), Bertola y Caballero (1992), Werner (1992) y Bertola y Svensson (1993).

e; b) el nivel de precios nacional, p ; y c) el tipo de interés nominal nacional, i . El modelo consta de tres ecuaciones, donde todas las variables están en logaritmos.

$$m(t) - p(t) = \psi y(t) - \alpha i(t) + \varepsilon(t) \quad (1)$$

$$q(t) = e(t) + p^*(t) - p(t) \quad (2)$$

$$\rho(t) = i(t) - i^*(t) - E\{de(t) | \Phi(t)\}/dt \quad (3)$$

La primera ecuación presenta el equilibrio (en logaritmos) del mercado de dinero nacional, donde: ψ es la elasticidad de la demanda de dinero respecto a la producción nacional; $\alpha > 0$ es (el valor absoluto de) la semielasticidad de la demanda de dinero respecto al tipo de interés nominal nacional (semielasticidad del tipo de interés de Cagan); y ε es la perturbación en la demanda monetaria. La ecuación (2) es la definición (logarítmica) del tipo de cambio real donde q es el logaritmo del tipo de cambio real.⁶ La última ecuación corresponde a la definición logarítmica de la prima de riesgo (Condición de Paridad del Tipo de Interés No Cubierto), donde: ρ es la prima de riesgo exógena; E es el operador de esperanzas;⁷ y $\Phi(t)$ es el conjunto de información que los agentes económicos que actúan en el mercado de cambios extranjero utilizan en el período t para formar sus expectativas.⁸

Sustituyendo el nivel de precios nacional, p , y el tipo de interés nominal nacional, i , obtenemos la siguiente ley de movimiento estándar para un modelo de tipo de cambio con precios flexibles.

Definición. El logaritmo del tipo de cambio en t , $e(t)$, es igual a unas variables fundamentales, $f(t)$, más un término proporcional al cambio esperado en el logaritmo del tipo de cambio (tasa esperada de depreciación):

$$e(t) = f(t) + \alpha E\{de(t) | \Phi(t)\}/dt \quad (4)$$

Las variables fundamentales de la economía que determinan el tipo de cambio en el momento t , $f(t)$, se pueden descomponer en la suma de dos componentes:

$$f(t) = m(t) + v(t)$$

(6) Alternativamente se podría considerar la Paridad del Poder de Compra (P.P.P., "Purchasing Power Parity") o ley de un solo precio (L.O.P., "Law of One Price"), cuya representación (en logaritmos) sería: $e = p^* - p$.

(7) Formalmente $E\{de(t) | \Phi(t)\}/dt = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{E\{e(t+s) | \Phi(t)\} - e(t)}{s}$

(8) Este conjunto Φ incluye toda la información no sólo acerca de la evolución de las variables del sistema (1)–(3), sino también de las políticas gubernamentales implícitas y explícitas, considerando en particular las cambiarias, y de las políticas monetarias en general. La hipótesis de expectativas racionales en este modelo se traduce en que la esperanza recoge el resultado del proceso de elección racional de los agentes a partir de su conjunto de información Φ .

donde

a) $m(t)$, es (el logaritmo de) la oferta monetaria nacional,⁹ en el momento t ; y

b) $v(t)$, es una variable exógena compuesta por otros factores no controlables directamente por las autoridades monetarias en el momento t denominada genéricamente “velocidad”,¹⁰ que incluye (el opuesto del logaritmo de) un shock de demanda monetaria agregada en el momento t , $\varepsilon(t)$.

Para obtener una relación explícita entre el tipo de cambio y los fundamentos se requiere, como indican Gámez y Torres (1996a, p.272), introducir hipótesis adicionales sobre i) los procesos estocásticos que siguen los shocks de la velocidad v y de la oferta de dinero m ; y ii) indicar la política de intervención cambiaria que lleva a cabo la autoridad monetaria.

En nuestro estudio analizaremos dos procesos estocásticos para la velocidad, procedente del shock en la demanda de dinero, exógeno para la autoridad monetaria. El primero, es el movimiento browniano con deriva se consideró inicialmente en Krugman (1991) para estudiar intervenciones marginales del Banco Central. El segundo, es la reversión a la media, utilizado en posteriores refinamientos para estudiar intervenciones intramarginales.

A continuación se supone, en primer lugar, que la oferta monetaria sigue un proceso estocástico bajo el control directo de la autoridad monetaria. Esto implica que, dado un comportamiento del shock de la velocidad, como cualquiera de los dos descritos, la única forma de controlar las variables fundamentales del tipo de cambio es a través de intervenciones en la oferta de dinero.^{11 12} Ambos procesos de la velocidad y de la oferta

(9) La oferta monetaria puede considerarse como la agregación del nivel de crédito nacional, D , y el nivel de reservas extranjeras, R . Es decir, $m = \ln(D + R)$. Esta distinción es interesante a la hora de analizar si un Banco Central puede defender su moneda o no, analizando su volumen de reservas R . Este análisis es similar a la literatura de *Ataques Especulativos sobre Reservas* –ver por ejemplo Krugman (1979) u Obstfeld (1986). Un excelente *survey* de esta literatura es Blackburn y Sola (1993). Artículos que tratan de ataques especulativos y colapso de la zona objetivo son Flood y Garber (1991) y Weller (1991).

(10) Las variables exógenas que influyen en el tipo de cambio, distintas de la oferta monetaria nominal y de la depreciación esperada para el presente Modelo 1, están representadas por:

$$v(t) = q(t) - p^*(t) - \psi y(t) + \alpha p(t) + \alpha i^*(t) - \varepsilon(t)$$

(11) De hecho, el comportamiento de las autoridades monetarias respecto de m va a definir el régimen cambiario –fijo, flexible o de bandas de fluctuación– en este Modelo 1.

(12) La oferta monetaria $m = \ln(D + R)$ es controlable porque la intervención en el mercado cambiario por parte de los Bancos Centrales modifica el nivel de reservas R , aunque no es la única forma de intervención. Cuando la moneda está débil (el tipo de cambio está “alto”) la autoridad monetaria puede reducir la oferta monetaria interviniendo en el mercado cambiario. Es indiferente la forma en que se lleve a cabo la intervención: puede ser vendiendo bonos en operaciones de mercado abierto –modificando D –, como vendiendo reservas de moneda extranjera con una intervención directa en el mercado de cambios –modificando R –. Esta intervención tiene como fin fortalecer la moneda nacional (reducir el tipo de cambio). Y viceversa cuando la moneda está fuerte (el tipo de cambio está “bajo”).

monetaria, determinarán una solución general del proceso estocástico del tipo de cambio vía la ecuación estocástica (4). Finalmente, para obtener una solución particular para el tipo de cambio, para cada proceso de la velocidad, estudiaremos cada caso para los tres regímenes cambiarios: fijo, flexible y de bandas de fluctuación.

1.1. Proceso de intervención cambiaria del Banco Central

En el caso de una intervención activa por parte de la autoridad monetaria en el mercado cambiario realizaremos los siguientes supuestos:

Hipótesis 2: *La autoridad monetaria interviene en el mercado cambiario afectando directamente a la oferta monetaria para prevenir que las variables fundamentales se muevan fuera de una "banda de fundamentos" específica.*

Hipótesis 3 (Hipótesis Implícita): *Existen unos límites superior \bar{f} e inferior \underline{f} para los fundamentos en cualquier momento t , que cumplen:*

$$-\infty \leq \underline{f} \leq f(t) \leq \bar{f} \leq +\infty$$

Fijada una banda de fluctuación $[\underline{f}, \bar{f}]$, las autoridades monetarias siempre acudirán a defenderla de forma que la banda sea siempre creíble.

Hipótesis 4A (Hipótesis Implícita): *Siempre existe suficiente volumen de reservas para llevar a cabo cualquier intervención de cualquier magnitud.*

Obsérvese que la Hipótesis 2 no establece una "banda cambiaria" sino una banda en los fundamentos. Esto es debido a que, como veremos, si establecemos una banda cambiaria específica dependiendo del tipo de intervención –continua y discreta– podrían obtenerse multiplicidad de equilibrios, lo cual no es deseable a efectos prácticos. Sin embargo todos los ejemplos que se han dado para equilibrios múltiples requieren intervenciones discretas. Es decir, en dicho caso discreto no es suficiente especificar que las intervenciones acaecen cuando el tipo de cambio alcanza las bandas, pues existen varias formas distintas de defender la banda cambiaria, por lo que se debe especificar una banda en los fundamentos que determine una solución única. Por el contrario, si la autoridad monetaria anunciase únicamente bandas cambiarias *junto* a la regla que sólo llevará a cabo intervenciones infinitesimales, tal anuncio corresponde también a un único equilibrio, ya que las bandas correspondientes a los fundamentos pueden inferirse incluso si no se anunciasen.

Por otra parte, la Hipótesis 3 permite cualquier opción cambiaria, desde un régimen de tipo de cambio flexible con $[\underline{f}, \bar{f}] = [-\infty, +\infty]$, a un tipo de cambio fijo $-\infty < \underline{f} = \bar{f} < +\infty$, pasando por opciones cambiarias intermedias $\underline{f} < \bar{f}$. Finalmente la Hipótesis 4A excluye del presente estudio la posibilidad del colapso de los sistemas de cambio fijo o de las bandas de fluctuación estudio ante un ataque especulativo.

1.2. *Proceso estocástico de la velocidad $v(t)$: Movimiento browniano con deriva constante*

Como primer estudio, se supone que el proceso estocástico de la velocidad $v(t)$ sigue un movimiento browniano. Esta hipótesis es atractiva porque implica que el tipo de cambio flexible también es un movimiento browniano, lo cual coincide con las observaciones empíricas donde el tipo de cambio flexible se comporta como un paseo aleatorio (ver Meese y Rogoff, 1983).

Hipótesis 5A: *La velocidad sigue un movimiento browniano con deriva constante μ (es decir, con tendencia constante no nula)¹³ y desviación típica instantánea σ constante:*

$$dv(\tau) = \mu d\tau + \sigma dz(\tau) \tag{5}$$

donde $z(\tau) \sim (0, d\tau)$ es un proceso de Wiener¹⁴ y con v_0 dado.¹⁵

1.3. *Solución general*

Los procesos anteriormente descritos de la oferta monetaria $m(t)$ y de la velocidad $v(t)$ determinan, en un equilibrio de expectativas racionales sin burbujas especulativas, una única senda como solución general del proceso estocástico del tipo de cambio que satisface (4).¹⁶ Nos referiremos a este tipo de cambio como el tipo de cambio de senda ensillada (o "saddle-path"):¹⁷

$$e(t) = E_t \int_{\tau=t}^{\infty} e^{-\frac{\tau-t}{\alpha}} \frac{f(\tau)}{\alpha} d\tau = \frac{1}{\alpha} \int_{\tau=t}^{\infty} e^{-\frac{\tau-t}{\alpha}} E_t \{f(\tau) | \Phi(t)\} d\tau \tag{6}$$

que es el valor presente de la senda de los fundamentos futuros descontados a la tasa $\frac{1}{\alpha}$, donde E_t es la esperanza condicionada a la información disponible en t .

Por tanto, dadas las Hipótesis 1A, 2, 3, 4A y 5A y fijada una banda de fundamentos, \underline{f} y \bar{f} , definimos la solución general del tipo de cambio:

(13) En Krugman (1991) se supone que no existe deriva, $dv = \sigma dz$, con lo que los fundamentos siguen un paseo aleatorio puro de difícil justificación económica. Si la deriva $\mu > 0$ es constante (en contraposición de otros procesos estocásticos como el de reversión a la media, "mean reverting process") se afirma que la moneda nacional es inherentemente "débil", debido a que la tendencia de los fundamentos va en su contra: sin intervención se esperaría una devaluación de la moneda nacional.

(14) El movimiento browniano, o proceso de Wiener, es análogo a un paseo aleatorio pero en tiempo continuo. Ver Apéndice 1.- Proceso de Movimiento Browniano o de Wiener.

(15) No hay que olvidar que la solución de estos modelos dinámicos precisan de unas condiciones iniciales.

(16) En esta revisión se excluyen el análisis de las soluciones burbuja. Para una formulación y estudio del caso burbuja ver Buiter y Pesenti (1990).

(17) Ver, por ejemplo, Bertola (1994) o el Apéndice 1 de Gámez y Torres (1996, Cap.9) para una descripción analítica para obtener esta solución.

Hipótesis 6A: La solución del tipo de cambio en el momento t , $e(t)$ es una función de los fundamentos, $g(f(t))$, dos veces diferenciable:

$$e(t) = g(f(t)) = g(m(t), v(t), \underline{f}, \bar{f})$$

Si $g(f)$ es la solución, puede obtenerse $E\{de(t) | \Phi(t)\} / dt = E\{dg(f) | \Phi(t)\} / dt$ aplicando el Lema de Itô para derivar funciones estocásticas:¹⁸

$$\begin{aligned} de(t) &= g_f(f)df(t) + \frac{1}{2} g_{ff}(f)df^2(t) = \\ &= \left(\mu g_f(f) + \frac{\sigma^2}{2} g_{ff}(f) \right) dt + g_f(f)\sigma dz(t) \end{aligned} \quad (7)$$

donde $g_f(f)$ y $g_{ff}(f)$ denotan las derivadas primera y segunda de $g(f)$. Tomando esperanzas a ambos lados de (7) condicional a la información disponible en t :

$$E\{de(t) | \Phi(t)\} / dt = \mu g_f(f) + \frac{\sigma^2}{2} g_{ff}(f) \quad (8)$$

Sustituyendo ahora (8) en (4) resulta una ecuación diferencial de segundo orden:

$$e(t) = g(f(t)) = f + \alpha \mu g_f(f) + \alpha \frac{\sigma^2}{2} g_{ff}(f) \quad (9)$$

La solución general de esta función está dada por

$$e(t) = g(f) = f + \alpha \mu + A_1 e^{\lambda_1 f} + A_2 e^{\lambda_2 f} \quad (10)$$

con λ_1 y λ_2 raíces de $\frac{\alpha \sigma^2}{2} \lambda^2 + \alpha \mu \lambda - 1 = 0$.

1.4. Soluciones particulares para los diferentes regímenes cambiarios

Finalmente, la obtención de una solución particular para (10) se basa en determinar los valores de A_1 , A_2 , \underline{e} y \bar{e} a partir de unos valores concretos de \underline{f} y \bar{f} fijados en las Hipótesis 2 y 3. Para este fin es preciso conocer el régimen cambiario vigente.

1.4.1. Régimen cambiario en flotación libre

En el régimen cambiario flexible las autoridades de un país no fijan ningún nivel para el tipo de cambio nominal de su moneda en relación con la moneda de otro país. El "mercado" determinará libremente la relación de intercambio entre ambas monedas a partir de la situación relativa de las economías de los dos países, tanto actual como futura; es decir, tanto de los fundamentos presentes como de sus fundamentos futuros, recogidos éstos en las expectativas del valor del tipo de cambio en el futuro.¹⁹

(18) Ver Malliaris y Brock (1982).

(19) El conocido resultado de Karenken y Wallace (1981) sobre la indeterminación del tipo de cambio se basa en la posibilidad de una multiplicidad de equilibrios racionales en un régimen cambiario flexible. De ahí su preferencia por un régimen cambiario fijo, donde las autoridades monetarias fijarían cualquier nivel del tipo de cambio nominal y, consecuentemente, elegirían uno de los múltiples tipos de cambio de equilibrio. En su modelo de generaciones solapadas donde únicamente se demandan activos monetarios para trasladar riqueza al futuro, la existencia de dos monedas indistinguibles que cumplen el mismo objetivo de depósito de valor lleva a que su precio relativo, es decir, el tipo de cambio, esté indeterminado. La perfecta sustituibilidad de ambos activos es la causa de dicha indeterminación, y no el hecho de que en este modelo ambos activos monetarios sean burbujas puras, ya que su valor no depende de las variables fundamentales de ambas economías.

En este caso la banda de los fundamentos, determinada por las Hipótesis 2 y 3, es $[\underline{f}, \bar{f}] = [-\infty, +\infty]$. En ausencia de cualquier tendencia predecible en v , dada la Hipótesis 5A, parece razonable suponer que la modificación esperada del tipo de cambio en el momento t , condicional al conjunto informativo $\Phi(t)$, será cero: $E\{de(t) | \Phi(t)\}/dt = 0$. Por tanto el tipo de cambio será simplemente igual a $m + v$. En el gráfico 1 donde se enfrentan tipo de cambio con los fundamentos, nos encontraríamos en la recta de 45° $FLFL'$. Si la autoridad monetaria no interviene en el mercado de cambios, $dm = 0$, entonces $df = dv$.

Por simplicidad, podríamos normalizar $m = 0$, lo que significa que $f = v$. La Hipótesis 5A implica que la distribución de probabilidad de los fundamentos $f(t)$ en t , condicional a que $f(0) = f_0$ en $t = 0$, es una normal

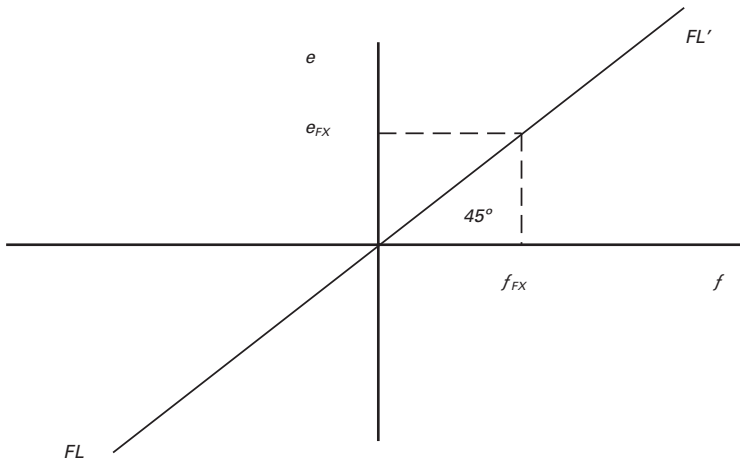
$$f \sim N(f_0 + \mu t, \sigma^2 t)$$

En particular: $E_t\{f(\tau) | \Phi(t)\}/dt = f(t) + \mu(\tau - t)$ con $\tau \geq t$. Resolviendo para un argumento no-burbuja (es decir, eliminando sendas divergentes) y considerando el hecho que bajo flotación libre se verifica que $f \in (-\infty, \infty)$, los términos exponenciales de (10) se eliminan en base a que generarían sendas explosivas (con lo que $A_1 = A_2 = 0$). Integrando (6) se obtiene:

$$e_{FL}(t) = f(t) + \alpha\mu$$

que es la bisectriz del gráfico 1.

Gráfico 1



1.4.2. Régimen de tipo de cambio fijo

En este régimen cambiario las autoridades fijan algún nivel para el tipo de cambio nominal que se comprometen a mantener a lo largo del tiempo. Por tanto existe, determinada por las Hipótesis 2 y 3, una banda nula de los fundamentos: $-\infty < f = \bar{f} < +\infty$. Las autoridades monetarias se comprometen a alterar m para compensar cualquier cambio en v , por lo

que la modificación esperada del tipo de cambio será también cero, es decir, $E\{de(t) | \Phi(t)\}/dt = 0$. Por tanto, a partir de la ecuación (4), se obtiene: $e = f$. Fijado algún nivel para el tipo de cambio nominal e_{FX} por las autoridades, éstas deben mantener estrictamente a los fundamentos a dicho nivel: $f = e_{FX}$ (y viceversa, por las Hipótesis 2 y 3). Un par de la recta: $e = f$ es, pues, una solución al régimen cambiario fijo. En el gráfico 1, nos encontraríamos en algún punto (e_{FX}, f_{FX}) de la recta de 45°, $FLFL'$. Es un sistema cambiario en el cual la autoridad monetaria va a comprometerse a hacer lo que sea necesario para mantener la paridad presente. Debido a la hipótesis de credibilidad perfecta, Hipótesis 2, 3 y 4A, se puede tratar al tipo de cambio fijo entre las monedas de dos países y a una situación con una moneda única para ambos países como un caso idéntico.

1.4.3. Régimen cambiario de bandas de fluctuación (o de zona objetivo)

La zona objetivo es un compromiso no lineal entre el tipo de cambio fijo y el flotante. En un régimen de bandas de fluctuación, un país o grupo de países establecen explícitamente los márgenes dentro de los que se permite fluctuar al tipo de cambio. Mientras el tipo de cambio se encuentre dentro de dichos márgenes, la política nacional puede dirigirse hacia otros objetivos distintos del cambiario. Sin embargo, cuando se alcanza la banda, se enfocan los recursos de la política en defenderla. Así el régimen cambiario de zona objetivo se concibe dentro de un marco de actuación de política más amplio.

Para este régimen cambiario existe, determinada por las Hipótesis 2 y 3, una banda de los fundamentos: $f < \bar{f}$. Fijadas estas bandas perfectamente creíbles, Hipótesis 2, 3 y 4A, la solución para el tipo de cambio $e(t)$, Hipótesis 6A, es una función de los fundamentos, $g(f(t))$, dos veces diferenciable: $e(t) = g(f(t)) = g(m(t), v(t), f, \bar{f})$. Por tanto del desarrollo anterior, ecuaciones (7) a (9), tenemos que la *solución general* de esta función está dada por (10): $e(t) = g(f) = f + \alpha\mu + A_1 e^{\lambda_1 f} + A_2 e^{\lambda_2 f}$. Los dos últimos términos de (10) son los términos que caracterizan al tipo de cambio en zona objetivo distinguiéndolo del tipo de cambio en flotación libre, ecuación (11). Las constantes A_1 y A_2 en estos términos se determinan a partir de las condiciones "smooth pasting",²⁰

$$g_f(f) = g_f(\bar{f}) = 0 \quad (12)$$

donde la función $e(t)$ debería ser plana en los límites y tangente a las bandas cambiarias:

$$\begin{aligned} 0 &= 1 + A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \underline{f}} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \underline{f}} \\ 0 &= 1 + A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \bar{f}} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \bar{f}} \end{aligned}$$

obteniendo A_1 y A_2 .

(20) La curva del tipo de cambio es tangente a los ejes de las bandas. Sin embargo, la condición "smooth pasting" es en realidad una condición de valor coincidente infinitesimal que surge de cualquier regulación infinitesimal. (Esta condición debe distinguirse de las condiciones "high-order contract" resultantes de la optimización de la Teoría de Valoración de Opciones.)

1.4.3.1. La banda cambiaria y la banda de los fundamentos

Hasta ahora nos hemos centrado en la intervención cambiaria de la autoridad monetaria sobre la banda de los fundamentos, Hipótesis 2, 3 y 4A. Sin embargo, en principio, parecería preferible establecer unos extremos para la banda de fluctuación del tipo de cambio $[\underline{e}, \bar{e}]$ en lugar de sobre las variables fundamentales $[\underline{f}, \bar{f}]$ porque, en la práctica, el tipo de cambio es directamente observable por los mercados financieros, mientras que los fundamentos lo son menos. Por tanto sería interesante establecer qué relación existe entre ambas bandas. Del estudio previo, Hipótesis 2 y 3, a partir de la fijación de una banda de los fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$ se puede definir unívocamente la verdadera banda de fluctuación del tipo de cambio $[\underline{e}, \bar{e}]$. Lo contrario no es necesariamente cierto. Fijada una banda de fluctuación para el tipo de cambio, la correspondiente banda de los fundamentos estará o no definida de forma única dependiendo del tipo de intervención de la autoridad monetaria en el mercado cambiario. Como veremos a continuación si la intervención es infinitesimal la relación será biunívoca, mientras que si la intervención es discreta pueden existir múltiples bandas de los fundamentos consistentes con una determinada banda cambiaria.²¹

Para estudiar los diferentes tipos de intervención empezaremos realizando el siguiente supuesto, que complementa a las Hipótesis 2, 3 y 4A, donde se supone que la naturaleza no da saltos:²²

Hipótesis 7: (*Intervenciones "marginales."*) *La autoridad monetaria modifica directamente a la oferta monetaria en los límites de la banda de fluctuación para prevenir que las variables fundamentales se muevan fuera de la banda de fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$.*

1.4.3.1.a) Intervenciones infinitesimales²³

En primer lugar, adicionalmente a las Hipótesis 2, 3, 4A y 7, suponemos que el proceso de intervención cambiaria del Banco Central es infinitesimal:

Hipótesis 8A: (*Intervenciones "infinitesimales."*) *La autoridad monetaria modifica directamente a la oferta monetaria a través de intervenciones infinitesimales para prevenir que las variables fundamentales se muevan fuera de la banda de fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$ y asegurar una banda cambiaria: $e \leq e(t) \leq \bar{e}$.*

(21) Ésta es la razón por la cual el análisis previo se ha desarrollado eligiendo una banda de los fundamentos: tanto se defiende la banda mediante intervenciones infinitesimales o discretas, la magnitud de la intervención no afecta a la forma funcional de (10), con lo que A_1 y A_2 tampoco resultan afectadas.

(22) Por ello se considera adecuada la modelización estocástica mediante un movimiento browniano de la Hipótesis 5A.

(23) Este tipo de intervención es el analizado en los artículos de Krugman (1991), Svensson (1991a,b), Froot y Obstfeld (1991), Bertola y Svensson (1993) y Werner (1992).

Por tanto, el proceso estocástico que siguen los fundamentos es una combinación de los procesos estocásticos que siguen los shocks de la oferta monetaria, Hipótesis 2, 3, 4A, 7 y 8A, y de la velocidad de circulación, Hipótesis 5A:

a.1) Dentro de la banda de los fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$ no existen intervenciones $dm = 0$ y los fundamentos siguen:

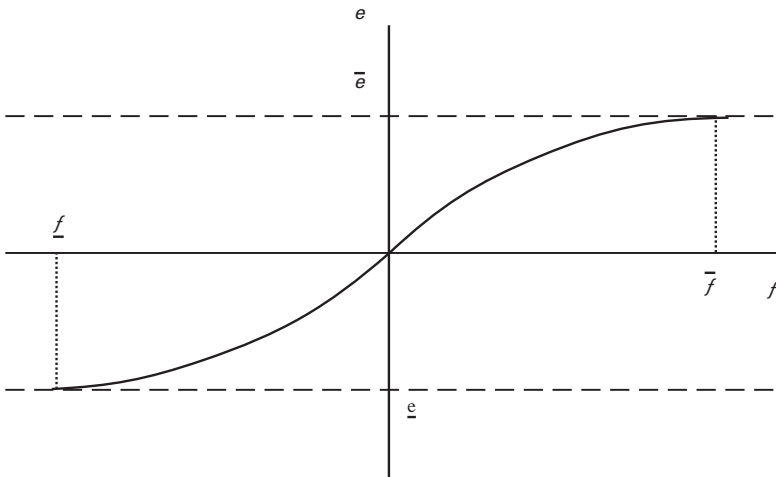
$$df(t) = dv(t) = \mu dt + \sigma dz(t)$$

a.2) En el límite de las bandas existen intervenciones infinitesimales para prevenir que los fundamentos se muevan fuera de la banda. Ver gráfico 2. Con intervenciones afectando la oferta monetaria, el proceso estocástico para los fundamentos obedece:

$$df(t) = dm(t) + dv(t)$$

donde dm representa las intervenciones en el mercado de cambios.

Gráfico 2



Es decir, las intervenciones se pueden representar por unos "reguladores" inferior y superior, L y U , tales que:

$$dm(t) = dL(t) - dU(t)$$

con dL y dU no negativos, donde dL representa el incremento en la oferta monetaria, y es positivo si $f = \underline{f}$; y dU representa la reducción en la oferta monetaria, y es positivo si $f = \bar{f}$. Es decir,

$$dL(t) = \begin{cases} -dv(t) & \text{si } f(t) = \underline{f}, \text{ y } dv(t) \leq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$dU(t) = \begin{cases} dv(t) & \text{si } f(t) = \bar{f}, \text{ y } dv(t) \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Una vez que los fundamentos se encuentran dentro de la banda la intervención cesa. Esta forma de defender la banda con intervenciones marginales infinitesimales implica que los fundamentos son un movimiento browniano *regulado*:²⁴

$$df(t) = \mu dt + \sigma dz(t) + dL(t) - dU(t) \tag{13}$$

con $f(0) = m(0) + v(0)$, $U(0) = 0$ y $L(0) = 0$ como condiciones iniciales en $t = 0$.

La solución particular se obtiene partiendo de la solución general (10) y utilizando las condiciones "*smooth pasting*":

$$\begin{aligned} 0 &= 1 + A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \underline{f}} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \underline{f}} \\ 0 &= 1 + A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \bar{f}} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \bar{f}} \end{aligned}$$

obteniéndose el valor de A_1 y A_2 .²⁵

Ahora bien, si la intervención es marginal e infinitesimal, Hipótesis 2, 3, 4A, 7 y 8A, la verdadera banda de fluctuación del tipo de cambio $[\underline{e}, \bar{e}]$ se define unívocamente a partir de la fijación de la banda de los fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$, y viceversa. En primer lugar, como la función $g(f)$ es creciente entre los márgenes de los fundamentos, la banda del tipo de cambio $[\underline{e}, \bar{e}]$ se define como los límites superior e inferior de la función g en la banda de los fundamentos:²⁶

$$\underline{e} = g(\underline{f}) \quad \text{y} \quad \bar{e} = g(\bar{f})$$

En segundo lugar, en el caso en que se fijaran los límites de la banda cambiaria $[\underline{e}, \bar{e}]$ se determinarían simultáneamente la banda de los fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$ y A_1, A_2 a partir de los valores de las bandas en el límite de la zona objetivo $\underline{e} = g(\underline{f})$ y $\bar{e} = g(\bar{f})$ y de las condiciones "*smooth pasting*". Es decir:

$$\begin{aligned} \underline{e} &= \underline{f} + \alpha \mu + A_1 e^{\lambda_1 \underline{f}} + A_2 e^{\lambda_2 \underline{f}} \\ \bar{e} &= \bar{f} + \alpha \mu + A_1 e^{\lambda_1 \bar{f}} + A_2 e^{\lambda_2 \bar{f}} \\ 0 &= 1 + A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \underline{f}} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \underline{f}} \\ 0 &= 1 + A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \bar{f}} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \bar{f}} \end{aligned}$$

De las anteriores ecuaciones se encuentra una relación entre los extremos de ambas bandas y, por tanto, la banda de fluctuación de los fundamentos:

(24) Ver Harrison (1985) para la teoría del movimiento browniano regulado.

(25) El hecho de que la intervención sea marginal e infinitesimal, Hipótesis 7 y 8A, caracteriza el comportamiento de los fundamentos dentro y en el límite de la banda. El comportamiento en el límite de la banda $[\underline{f}, \bar{f}]$ permite obtener la condición "*smooth-pasting*".

(26) Para un ejemplo numérico ver Apéndice 2.- Ejemplo numérico de Svensson (1991b).

$$\begin{aligned} \underline{f} &= \underline{e} - \alpha\mu + \frac{\lambda_1 e^{\lambda_1 \bar{f} - \lambda_2 \underline{f}} + \lambda_2 e^{\lambda_1 \underline{f} - \lambda_2 \bar{f}} - (\lambda_1 + \lambda_2) e^{(\lambda_1 - \lambda_2) \underline{f}}}{-\lambda_1 \lambda_2 (e^{\lambda_1 \bar{f} - \lambda_2 \underline{f}} - e^{\lambda_1 \underline{f} - \lambda_2 \bar{f}})} \\ \bar{f} &= \bar{e} - \alpha\mu - \frac{\lambda_2 e^{\lambda_1 \bar{f} - \lambda_2 \underline{f}} + \lambda_1 e^{\lambda_1 \underline{f} - \lambda_2 \bar{f}} - (\lambda_1 + \lambda_2) e^{(\lambda_1 - \lambda_2) \bar{f}}}{-\lambda_1 \lambda_2 (e^{\lambda_1 \bar{f} - \lambda_2 \underline{f}} - e^{\lambda_1 \underline{f} - \lambda_2 \bar{f}})} \end{aligned}$$

En conclusión, si la intervención es marginal e infinitesimal se puede establecer la siguiente proposición: “El lugar geométrico de los puntos tangentes establecen una relación monótona (creciente) entre la posición de extremos de la banda de los tipos de cambio y la posición de los extremos de los fundamentos.” (Delgado y Dumas, 1991, p.40). Esta proposición nos autoriza a definir una zona objetivo en términos de los extremos de las bandas cambiarias para el caso de intervenciones infinitesimales.

1.4.3.1.b) Intervenciones discretas²⁷

En primer lugar, adicionalmente a las Hipótesis 2, 3, 4A y 7, suponemos que el proceso de intervención cambiaria del Banco Central es discreta:

Hipótesis 8B: (Intervenciones “discretas.”) La autoridad monetaria modifica directamente a la oferta monetaria a través de intervenciones discretas para prevenir que las variables fundamentales se muevan fuera de la banda de fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$ y asegurar una banda cambiaria: $\underline{e} \leq e(t) \leq \bar{e}$.

Por tanto, el proceso estocástico que siguen los fundamentos es una combinación de los procesos estocásticos que siguen los shocks de la oferta monetaria, Hipótesis 2, 3, 4A, 7 y 8B, y de la velocidad de circulación, Hipótesis 5A:

b.1) Dentro de la banda de los fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$ no existen intervenciones $dm = 0$ y los fundamentos siguen:

$$df(t) = dv(t) = \mu dt + \sigma dz(t)$$

b.2) En los límites de la bandas se produce una intervención monetaria discreta cuando los fundamentos superan los márgenes de la banda $[\underline{f}, \bar{f}]$, que lleva a los fundamentos de forma discontinua a un punto en el interior de la banda. Por ejemplo si supera el margen superior $f^u > \bar{f}$ se produce una intervención para devolver a los fundamentos al interior de la banda hasta un nivel $Q < \bar{f}$ (análogamente en el caso de $f_d < \underline{f}$ retornando a $q > \underline{f}$)²⁸ (ver gráfico 3). A este tipo de regulación que se deriva de las intervenciones discretas se denomina “control de impulso”. Estos cambios discontinuos en la banda de los fundamentos se interpretan como

(27) Este tipo de intervención es analizado por Flood y Garber (1991).

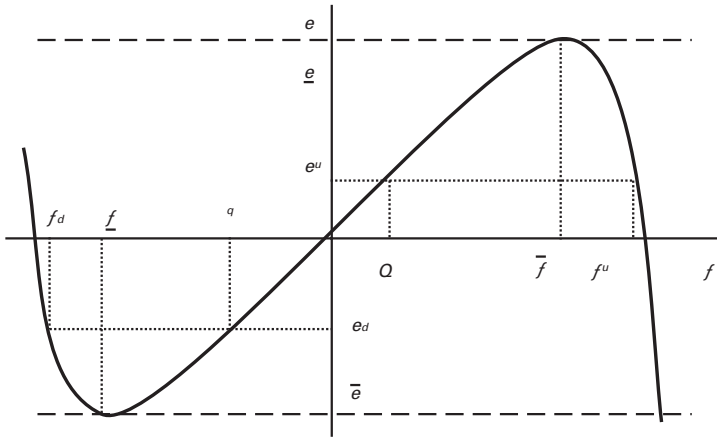
(28) Las únicas restricciones de los puntos interiores de la banda Q y q son $f^u > \bar{f} > Q$ y $q > \underline{f}$ y f_d , donde \underline{f} y \bar{f} son los valores de los fundamentos que coinciden con los puntos de tangencia superior e inferior de la banda cambiaria. Es decir: $g_f(\underline{f}) = 0$ y $g_f(\bar{f}) = 0$, respectivamente.

intervenciones que se realizan para mantener al tipo de cambio dentro de sus márgenes. Sin embargo, la discontinuidad en los fundamentos no se produce en el tipo de cambio, existiendo así una condición de arbitraje²⁹

$$(f^u, Q) : g(f^u) = g(Q)$$

$$(f_d, q) : g(f_d) = g(q)$$

Gráfico 3



Esta forma de defender la banda con intervenciones marginales implica que los fundamentos son un movimiento browniano controlado con intervenciones discretas. La lógica de la intervención discreta es la siguiente: cuando la distancia de f a f^u es infinitesimalmente pequeña existirá un salto de f^u a Q con probabilidad 1 (análogamente de f_d a q).³⁰ Evaluando en estos últimos valores en la ecuación (4) y restándolos, se obtiene:

$$f^u - Q = -\alpha[E\{de(f^u) | \Phi(t)\}/d\tau - E\{de(Q) | \Phi(t)\}/d\tau]$$

Por tanto, la discontinuidad en los fundamentos, debido a una intervención monetaria,³¹ compensa exactamente los cambios de discontinuidad de las expectativas.

(29) En caso contrario al acercarse a las bandas existirían oportunidades infinitas aprovechando el distinto valor del tipo de cambio antes y después de la intervención monetaria.

(30) Obsérvese que la condición terminal de beneficio cero requerida en la intervención discreta ofrece una intuición para entender la condición "smooth pasting" en el caso de la intervención marginal e infinitesimal. Si f_d y q convergen uno hacia el otro, asegurando que $g(f_d) = g(q)$, ambos convergen a f (análogamente f^u y Q hacia \bar{f}). Cuando la intervención es infinitesimal tenemos $g_f(\bar{f}) = g_f(\bar{f}) = 0$.

(31) En la anterior expresión, reducción de reservas extranjeras (o de tenencia de bonos) por la autoridad monetaria.

Ahora bien, si la intervención es marginal y discreta, Hipótesis 2, 3, 4A, 7 y 8B, la verdadera banda de fluctuación del tipo de cambio $[\underline{e}, \bar{e}]$ se define unívocamente a partir de la fijación de la banda de los fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$, pero no al contrario. En primer lugar, definiendo los límites de la banda de fluctuación $f^u = \bar{f}$ y $f_d = \underline{f}$, tal que $g_f(\bar{f}) = 0$ y $g_f(\underline{f}) = 0$, si se está defendiendo una única banda cambiaria $[\underline{e}, \bar{e}]$. Debido a que la función $g(f)$ es creciente entre los márgenes de los fundamentos, la banda del tipo de cambio $[\underline{e}, \bar{e}]$ se define como los límites superior e inferior de la función g en la banda de los fundamentos: $\underline{e} = g(\underline{f})$ y $\bar{e} = g(\bar{f})$ (ver gráfico 3). En segundo lugar, sin embargo, el anuncio de una zona objetivo específica en el tipo de cambio $[\underline{e}, \bar{e}]$ no anuncia ninguna política explícita, pues existen múltiples combinaciones de la cuádrupla (f_d, q, Q, f^u) consistentes con dicha banda. Esto es debido a que cada banda de los fundamentos $[\underline{f}_d, \bar{f}^u]$ determina una banda efectiva del tipo de cambio compatible con la banda anunciada $[e_d, e^u] \subset [\underline{e}, \bar{e}]$.

En conclusión, si la intervención es marginal y discreta se precisa determinar unas bandas en los fundamentos para evitar multiplicidad de bandas de fluctuación en el tipo de cambio.

1.4.3.2. Colapso de la zona objetivo

Cuando la autoridad monetaria agota su volumen de reservas (incumpléndose la Hipótesis 4A), la banda deja de hacerse creíble (incumpléndose la Hipótesis 3) con lo que el tipo de cambio deja de estar en un régimen de Zona Objetivo y pasa a seguir un régimen de tipo de cambio flexible Flood y Garber (1991).

Cuadro 1
CUADRO RESUMEN DEL REGIMEN CAMBIARIO
DE BANDAS DE FLUCTUACIÓN

Anuncio	Intervención	Resultado*
i) $[\underline{f}, \bar{f}]$	a) Infinitesimal en \underline{f} y \bar{f} b) Infinitesimal en \underline{f} , \bar{f} y dentro de la banda con probabilidad. c) Opcional: infinitesimal en \underline{f} y \bar{f} ó realineamiento de la banda, ambos con probabilidad	Condición "Smooth Pasting": $[\underline{e}, \bar{e}]$ Condición "Smooth Pasting": $[\underline{e}, \bar{e}]$ Condición "Smooth Pasting": $[\underline{e}, \bar{e}]$
ii) $[\underline{e}, \bar{e}]$	Infinitesimal en \underline{e} y \bar{e} .	Condición "Smooth Pasting": $[\underline{f}, \bar{f}]$
iii) $[\underline{e}, \bar{e}]$	Discreta en $f^u > \bar{f}$ y $f_d > \underline{f}$.	Múltiples equilibrios $[f_d, f^u]$ y $[e_d, e^u]$
iv) $[\underline{f}, \bar{f}]$	Discreta en \underline{f} y \bar{f} .	Condición "Smooth Pasting": $[\underline{e}, \bar{e}]$

* donde $g_f(\bar{f}) = 0$ y $g_f(\underline{f}) = 0$.

Autores	
i)	a) Krugman (1991) con $\mu = 0$, Svensson (1991a,b) y Froot y Obsfeld (1991) b) Lewis (1990) c) Bertola y Caballero (1992)
ii)	Delgado y Dumas (1991)
iii)	Flood y Garber (1991)

1.5. Conclusiones, críticas y extensiones

El desarrollo del modelo 1 muestra claramente que la creencia por parte de los agentes de que la autoridad monetaria tiene intención de defender la banda de fluctuación, Hipótesis 3, estabiliza al tipo de cambio dentro de la zona cambiaria, incluso cuando no se está defendiendo activamente. Este es el primer resultado importante de esta literatura: el efecto "luna de miel" ("*honeymoon effect*"),³² definido por la curva en forma de S de la senda que relaciona el tipo de cambio y los fundamentos, ver gráfico 2. Es decir, esta relación funcional tiene en todo momento una pendiente menor que la bisectriz de 45° , por lo que las variaciones en los fundamentos, $m + v$, se reflejan menos que proporcionales en el tipo de cambio. La intuición es directa. Cuando el tipo de cambio está alto (la moneda está "débil") y cercano al límite superior de la banda, la probabilidad de que la alcance en un momento de tiempo futuro dado es elevada. Por tanto la probabilidad de una intervención futura que reduzca el volumen de la oferta monetaria y fortalezca la moneda es mayor. Esto significa que se espera una apreciación futura de la moneda, lo cual hace que el mercado lo anticipe y cambie a una inmediata apreciación y a un menor tipo de cambio. En este caso el tipo de cambio se predice en menor medida por los fundamentos, debido a que se ha de tomar en cuenta la expectativa de apreciación. Análogamente el caso simétrico, cuando el propio tipo de cambio está más fuerte y próximo al límite inferior de la banda. Esto nos lleva a la importante intuición de que una zona objetivo perfectamente creíble es inherentemente estabilizadora: las expectativas de futuras intervenciones para estabilizar el tipo de cambio hacen que el tipo de cambio sea más estable que los fundamentos subyacentes.

El segundo resultado relevante se refiere a que la curva con forma de S tiene pendiente cero en los límites de la banda; es decir, es tangente a las líneas horizontales que conforman la banda cambiaria. Este resultado se conoce como "*smooth pasting*", un concepto de la teoría de opciones. Su intuición es un poco complicada. Una pendiente nula en los límites del tipo de cambio significa que en dicho punto el tipo de cambio es completamente insensible a los fundamentos. Esto es debido a tres razones. La primera es que en el límite de la banda existe un salto, una discontinuidad, en el cambio esperado de los fundamentos. En el interior de la banda, los fundamentos siguen un movimiento browniano por lo que su cambio esperado es cero. En los límites de la banda, los fundamentos o bien pueden permanecer en el límite o bien pueden moverse hacia el interior de la banda, de ahí que su tasa esperada de cambio sea, repentinamente, *no* nula: en el límite superior es negativo, y en la banda inferior positivo. En segundo lugar, en el límite de la banda no existen saltos ni discontinuidades en el cambio esperado del tipo de cambio, de lo contrario existirían oportunidades de arbitraje seguros ya que sólo podría saltar en un sentido: hacia el interior de la banda. Más aún, los fundamentos son continuos y no saltan. Tercero, si en el límite de las bandas el cambio esperado en los fundamentos salta, pero el cambio esperado del tipo de

(32) En referencia a la "*target zone honeymoon*" de Krugman (1987).

cambio no, el tipo de cambio debe ser completamente insensible a los fundamentos en dicho punto.³³

Esta propiedad significa que el tipo de cambio debería modelarse como una función no lineal de los fundamentos subyacentes, y explicaría por qué los modelos lineales del tipo de cambio se ajustan tan mal empíricamente.

1.5.1. Críticas: validez empírica y extensiones

Respecto a la validez empírica de este modelo de determinación del tipo de cambio en un régimen de bandas de fluctuación con intervenciones marginales, Hipótesis 1, 2, 3, 4A, 5, 6 y 7, utilizando datos del S.M.E., los países nórdicos, el Sistema Bretton Woods y el estándar oro, los test rechazan consistente y sistemáticamente este modelo.³⁴

Una predicción empírica del Modelo 1 era la esperada forma de U del volumen de las intervenciones cambiarias por parte de las autoridades monetarias a lo largo de la banda; esto es, una mayor intervención marginal y una menor intervención intramarginal. Sin embargo, esto no resultó darse en la realidad, sino más bien al contrario. En los datos se observaba una U invertida, es decir, una elevada intervención dentro de la banda y una mínima intervención en los límites. Esto indicaba la preferencia por intervenir dentro de la banda cambiaria y por devaluar la moneda al acercarse a los límites en lugar de defenderla activamente.³⁵ Para fundamentar esta observación empírica surgieron varias alternativas teóricas que se estudiarán a continuación. En primer lugar algunos autores trataron de modelizar las intervenciones intramarginales y los realineamientos de las bandas, manteniendo el supuesto del proceso browniano del comportamiento estocástico de la velocidad, Hipótesis 5A.³⁶ En segundo lugar, otra línea que se siguió fue la de abandonar el supuesto del movimiento browniano con media fija como proceso estocástico de la velocidad, Hipótesis 5A, por un proceso estocástico con media variable.

1.5.2. Extensiones I. Intervención intramarginal y realineamiento

En primer lugar, Lewis (1990) presenta un modelo de intervención *infra-cum intramarginal* con intervenciones infinitesimales. Es decir, es un

(33) Formalmente, a partir del Lema de Itô, ecuación (7), si $Edf(\tau)$ es discontinua en los límites de la banda, pero $Ede(\tau)$ no, entonces g_f es nula en dichos límites de la banda.

(34) Ver Svensson (1992) y De Arcangelis (1994) para un comentario panorámico crítico, y Kempa y Nelles (1999).

(35) Delgado y Dumas (1991) cuantifican en un 85% el volumen de las intervenciones que los Bancos Centrales del SME realizaron intramarginalmente.

(36) Este fue el caso, entre otros, de Lewis (1990), Bertola y Caballero (1992), y Bertola y Svensson (1993). Para una comparación de la capacidad de reproducir algunos hechos empíricos de los modelos de Krugman (1991), Lewis (1990) y Bertola y Caballero (1992) ver Beetsma (1992).

modelo que verifica las Hipótesis 1, 2, 3, 4A, 5, 6, y 8A donde, además de las intervenciones marginales, Hipótesis 7, pueden existir intervenciones intramarginales en el sentido de que cuando los fundamentos están entre los márgenes, en cualquier momento del tiempo y con cualquier probabilidad, las autoridades monetarias pueden prevenir que los fundamentos cambien de posición. Esta probabilidad de intervención aumenta con la desviación de su paridad central, lo que aumenta la credibilidad de la confianza de las autoridades monetarias en la banda cambiaria. En los márgenes se aplican los reguladores anteriormente analizados en 1.4.3.1.a.2), mientras que en el interior de la banda los componentes de los fundamentos se modifican de acuerdo con:

$$\begin{cases} dv(t) = \mu dt + \sigma dz \\ dm(t) = -dv(t) \end{cases} \quad \text{con probabilidad } \pi(f)$$

$$\begin{cases} dv(t) = \mu dt + \sigma dz \\ dm(t) = 0 \end{cases} \quad \text{con probabilidad } (1 - \pi(f))$$

donde la paridad central está normalizada en cero. Las autoridades monetarias intervienen para contrarrestar los shocks de velocidad con cierta probabilidad. Por tanto se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden similar a (9):

$$e(t) = f + [(1 - \pi(f)) \mu - \pi(f)\sigma^2] \alpha g_f(f) + (1 - \pi(f)) \alpha \frac{\sigma^2}{2} g_{ff}(f)$$

Por las condiciones de "smooth-pasting" se obtendría una solución única.³⁷

Por su parte Bertola y Caballero (1992) desarrollan un modelo de realineamientos repetidos. De esta forma, las expectativas de futuros realineamientos influyen en el comportamiento de los tipos de cambio dentro de su banda. Construyen un modelo donde la probabilidad de un realineamiento se incrementa a medida que el tipo de cambio se aproxima a los límites de la banda de fluctuación. Las autoridades monetarias imponen una banda sobre los fundamentos, $[f_c + \underline{f}, f_c + \bar{f}]$ donde f_c es el tipo central de los fundamentos. En el caso de alcanzar el margen de la banda la autoridad monetaria tiene dos posibilidades:

i) Defender la banda actual mediante una intervención con una probabilidad constante tanto para la defensa de la banda superior, $(1 - p_r)$, como de la banda inferior, $(1 - p_d)$. En este caso los fundamentos saltan dentro la banda desde $f_c + \bar{f}$ (en el caso inferior desde $f_c + \underline{f}$) en una cantidad constante R_r (alternativamente, R_d).

ii) Abandonar la banda actual y adoptar una nueva mediante un realineamiento con una probabilidad constante para la banda superior p_r (p_d para la banda inferior), con lo que la paridad central cambia hacia abajo en un monto constante D_r (respectivamente hacia arriba en un monto D_d);

(37) Si $\pi(f) = 0$ no existen intervenciones intramarginales y el modelo se convierte en el analizado anteriormente.

los fundamentos cambian su posición K_r (análogamente, K_d) por debajo del nuevo límite superior (respectivamente, por encima del inferior).

La solución general del tipo de cambio ahora es análoga a (10):

$$e(t, f_0) = f + \alpha\mu + A_1 e^{\lambda_1(f-f_0)} + A_2 e^{\lambda_2(f-f_0)}$$

donde f_0 son unos fundamentos iniciales. La solución particular única está restringida por las condiciones de valor coincidente:

$$\begin{aligned} p_d e(f_0 + D_d + \underline{f} + K_d, f_0 + D_d) + (1 - p_d) e(f_0 + \bar{f} - R_d, f_0) &= e(f_0 + \bar{f}, f_0) \\ p_r e(f_0 + D_r + \bar{f} - K_r, f_0 - D_r) + (1 - p_r) e(f_0 + \underline{f} + R_r, f_0) &= e(f_0 + \underline{f}, f_0) \end{aligned}$$

Sin embargo, el modelo de Bertola y Caballero (1992) predecía una relación cualitativa y bastante débil entre los diferenciales del tipo de interés y las fluctuaciones del tipo de cambio, lo que constituía una deficiencia empírica del modelo. Para reconciliar teoría y evidencia Bertola y Svensson (1993) extienden el modelo de Svensson (1991b) permitiendo fluctuaciones estocásticas en el tamaño y/o probabilidad de las devaluaciones o realineamientos. Realizan el supuesto que los fundamentos siguen un proceso estocástico que incluye un proceso de salto de la paridad central en los realineamientos, salto discreto que suponen constante. Formalmente es una extensión de (13):

$$df(t) = \mu dt + \sigma dz(t) + dL(t) - dU(t) + df_c(t)$$

donde $f_c(t)$ es (el logaritmo de) la paridad central, que es un proceso de salto. El modelo resulta en una estructura de generación de datos más rica, que puede explicar el pobre ajuste empírico en el caso de no existir riesgo de devaluación estocástica y proporciona una interesante interpretación de la variabilidad que estos modelos dejan sin explicar.

1.5.3. Extensiones II. Proceso estocástico de la velocidad $v(t)$: Reversión a la media

El hecho que las autoridades monetarias realicen intervenciones intramarginales como política monetaria activa, sugiere que practican una política tendente a que los fundamentos no se alejen hacia sus límites de fluctuación y que se muevan en dirección a su paridad central. Una posible representación a nivel teórico es suponer que la velocidad, y los fundamentos, siguen un proceso de reversión a la media. De esta forma se ajustaría al hecho de que el 85% de las intervenciones de los Bancos Centrales en el Sistema Monetario Europeo fueron intramarginales. Esta modelización tiene un gran interés ya que la velocidad puede incluir perturbaciones no sólo de demanda monetaria, sino también de oferta monetaria.³⁸

(38) A pesar de que en el presente Modelo 1 la velocidad sólo incluye shocks de demanda monetaria, sería interesante estudiar una perturbación de oferta con reversión a la media. Interpretando v como un shock de oferta se podría representar una política de corrección de errores por parte de las autoridades monetarias. Este caso se analizará en el siguiente Modelo 2.

Hipótesis 5B: *La velocidad sigue un proceso de reversión a la media ("mean-reverting process") que ocasiona una deriva variable:*

$$dv(\tau) = \mu_v(v(\tau) - a_0) d\tau + \sigma dz(\tau) \tag{14}$$

donde a_0 es el nivel de largo plazo de $v(\tau)$,³⁹ μ_v es la velocidad del proceso hacia dicho valor, y $z(\tau) \sim (0, d\tau)$ es un proceso de Wiener.

Dados los procesos estocásticos de la oferta de dinero, Hipótesis 2, 3 y 4A, y de la velocidad, Hipótesis 5B, para obtener una solución general del proceso estocástico del tipo de cambio vía la ecuación estocástica (4), se precisa determinar el proceso que siguen los fundamentos. Esto requiere, en el presente caso de estudio, determinar el tipo de intervención en el mercado cambiario. A continuación sólo nos centraremos en el caso de intervenciones marginales e infinitesimales, Hipótesis 7 y 8A. Dados estos supuestos, obtendríamos una ecuación diferencial estocástica para los fundamentos análoga a (13):

$$df(t) = \mu_v(f(t) - A_0(t)) + \sigma dz(t)$$

donde $A_0(t) = a_0 + m(t)$; y con la condición inicial $f(0) = m(0) + v(0)$. En este caso, la velocidad $v(t)$ se interpreta como un shock de demanda. El proceso de reversión a la media para v se convierte en un proceso similar de reversión a la media para f . Sin embargo, mientras a_0 es una constante, el punto de reversión A_0 para f no es inmutable. Dada la Hipótesis 7, existe una intervención en los márgenes de la banda, por lo que m cambia de valor y afecta a A_0 , que se convierte ahora en una nueva variable de estado del sistema, variable, sin embargo, que cambia sólo en los márgenes.

Ahora, aplicando el Lema de Itô, bajo la Hipótesis 6 donde $g(f)$ es dos veces diferenciable, se tiene una ecuación similar a (9)

$$e(t) = g(f(t)) = f + \alpha \mu_v(f - A_0) g_f(f) + \alpha \frac{\sigma^2}{2} g_{ff}(f)$$

por lo que la solución general será también similar a (10).

Para la obtención de soluciones particulares se precisaría definir un régimen cambiario. El análisis de los regímenes de flotación y fijo son idénticos a 1.4.3.1.a) y 1.4.3.1.b). Respecto al régimen cambiario de bandas de fluctuación, dado que se ha supuesto intervenciones marginales e infinitesimales, sería indiferente establecer una banda de fundamentos $[f, \bar{f}]$ que definir explícitamente una banda cambiaria $[\underline{e}, \bar{e}]$. Esto permite obtener una solución particular como resolución de un sistema de cuatro ecuaciones, dada por la elección de la banda cambiaria $[\underline{e}, \bar{e}]$ y la condición *smooth-pasting*, y cuatro incógnitas $A_1, A_2, \bar{f}, \underline{f}$.

(39) Un valor positivo del stock v va en detrimento de la moneda nacional a corto plazo, pero induce una deriva que a largo plazo es favorable a la moneda.

MODELO 2: Modelo monetario log-lineal del tipo de cambio para dos países

Se presenta una versión del modelo de Delgado y Dumas (1991) como extensión del Modelo 1 a dos países.⁴⁰ Consiste en un modelo monetario estocástico para dos países que verifican la Hipótesis 1A, la Paridad del Tipo de Interés No Cubierta y la Ley de Un Solo Precio. La estocasticidad del modelo procede ahora de cuatro shocks monetarios, uno en la oferta y otro en la demanda monetaria de cada país.

Se suponen dos tipos de variables exógenas (en logaritmos). Un par de variables controlables, la oferta monetaria nominal nacional y extranjera, m y m^* , y varias variables exógenas no controlables: el tipo de interés nominal extranjero i^* , y el nivel de la producción tanto nacional como extranjero (de pleno empleo), y y y^* . Las tres variables endógenas (en logaritmos), perfectamente flexibles, a determinar en el momento t son:⁴¹ a) el tipo de cambio nominal, e ; b) el nivel de precios nacional, p ; c) el nivel de precios extranjero, p^* ; y d) el tipo de interés nominal nacional, i . El modelo consta de cuatro ecuaciones, donde todas las variables están en logaritmos.

$$\tilde{m}(t) = \text{Ln}[D(t) + R(t)] + \varepsilon_2(t) = m + \varepsilon_2(t)$$

$$\tilde{m}^*(t) = \text{Ln}[D^*(t) + R^*(t)] + \varepsilon_2^*(t) = m^*(t) + \varepsilon_2^*(t)$$

$$\tilde{m}(t) - p(t) = \psi y(t) - \alpha i(t) + \varepsilon_1(t) \tag{15}$$

$$\tilde{m}^*(t) - p^*(t) = \psi y^*(t) - \alpha i^*(t) + \varepsilon_1^*(t) \tag{16}$$

$$e(t) = p(t) - p^*(t) \tag{17}$$

$$i(t) = i^*(t) + E\{de(t) | \Phi(t)\}/dt \tag{18}$$

donde las variables “estrelladas” son las correspondientes variables extranjeras de las nacionales “no estrelladas”. Las dos primeras ecuaciones describen los procesos de las ofertas monetarias estocásticas, \tilde{m} y \tilde{m}^* , como función de la oferta monetaria de cada país, m y m^* , y de un shock nominal ε_1 y ε_1^* respectivamente. Las ecuaciones (15) y (16) presentan el equilibrio (en logaritmos) del mercado de dinero nacional y extranjero, donde las demandas monetarias son estocásticas. El shock de demanda monetaria para cada moneda, viene dado por ε_2 y ε_2^* respectivamente. Por su parte ψ es la elasticidad de la demanda de dinero respecto a la producción nacional; y $\alpha > 0$ es el (valor absoluto de) la semielasticidad de la demanda de dinero respecto al tipo de interés nominal nacional (semielasticidad del tipo de interés de Cagan). Por simplicidad se ha supuesto que ambos países comparten la misma función de demanda monetaria con idénticos parámetros ψ y α . La ecuación (17) es la definición (logarítmica) de la ley de un solo precio (L.O.P.), y (18) es la definición logarítmica de la Paridad del Tipo de Interés No Cubierta. En esta ecuación E representa al operador de esperanzas; y $\Phi(t)$ es el conjunto de información que

(40) Este modelo también es la base teórica de Buiter y Pesenti (1990).

(41) Respecto al Modelo 1, la ampliación para dos países ocasiona la endogeneización del nivel de precios extranjero al incluir explícitamente el mercado de dinero extranjero.

los agentes económicos que actúan en el mercado de cambios extranjero utilizan en el período t para formar sus expectativas.

Sustituyendo el nivel de precios nacional y extranjero, p y p^* , y el tipo de interés nominal nacional, i , suponiéndolos endógenos y flexibles, obtenemos la siguiente ley de movimiento estándar para un modelo de tipo de cambio con precios flexibles, análoga al caso de una pequeña economía abierta.

Definición. *El logaritmo del tipo de cambio en t , $e(t)$, es igual a unas variables fundamentales, $f(t)$, más un término proporcional al cambio esperado en el logaritmo del tipo de cambio (tasa esperada de depreciación):*

$$e(t) = f(t) + \alpha E[de(t) | \Phi(t)]/dt \quad (19)$$

Las variables fundamentales de la economía que determinan el tipo de cambio en el momento t , $f(t)$, se pueden descomponer en la suma de tres componentes:

$$f(t) = m(t) - m^*(t) + v(t)$$

donde

a) $m(t)$, es (el logaritmo de) la oferta monetaria nacional, en el momento t ; y

b) $m^*(t)$, es (el logaritmo de) la oferta monetaria extranjera, en el momento t ; y

c) $v(t)$, es una variable exógena compuesta por otros factores no controlables directamente por las autoridades monetarias de ambos países en el momento t denominada genéricamente "velocidad".⁴² Dado que v incluye los términos ε_1 , ε_1^* , ε_2 y ε_2^* , la velocidad puede interpretarse tanto como shocks de oferta como de demanda de dinero.

Para obtener una relación explícita entre el tipo de cambio y los fundamentos se requiere introducir hipótesis adicionales sobre i) los procesos estocásticos que siguen los shocks de la velocidad, v , y de la oferta de dinero nacional y extranjero, \tilde{m} y \tilde{m}^* ; y ii) indicar la política de intervención cambiaria que lleva a cabo la autoridad monetaria.

A continuación se supone, en primer lugar, que la oferta monetaria sigue un proceso estocástico bajo el control directo de la autoridad monetaria. Esto implica que, dado un comportamiento del shock de la velocidad, como cualquiera de los dos descritos, la única forma de controlar las variables fundamentales del tipo de cambio es a través de intervenciones en la oferta de dinero. Ambos procesos de la velocidad y de la oferta

(42) Las variables exógenas que influyen en el tipo de cambio, distintas de la oferta nominal de ambas monedas y de la depreciación esperada para el presente Modelo 2, están representadas por:

$$v(t) = \psi(\gamma^* - \gamma) * (\varepsilon_1^* - \varepsilon_1) + (-\varepsilon_2^* + \varepsilon_2)$$

monetaria, determinarán una solución general del proceso estocástico del tipo de cambio vía la ecuación estocástica (19). Finalmente, para obtener una solución particular para el tipo de cambio, para cada proceso de la velocidad, estudiaremos los tres regímenes cambiarios: fijo, flexible y de bandas de fluctuación.

2.1. Proceso de intervención cambiaria del Banco Central

Además de las Hipótesis 2 y 3, en este modelo es importante la percepción del mercado que una vez que el Banco Central cuya moneda sea débil gaste sus reservas, el otro Banco Central continuará con la intervención apoyando a la moneda débil.

Hipótesis 4B (Hipótesis Implícita): *Existe un acuerdo entre ambos Bancos Centrales para intervenir en el mercado cambiario para mantener sus monedas dentro de ciertos límites y hacer creíble la zona cambiaria.*

Esta hipótesis, que sustituye a la Hipótesis 4A, evita el problema de agotamiento de reservas, ya que el peso de la intervención se reparte entre ambos países. Este supuesto es crucial en cuanto que los agentes la incorporan a su conjunto informativo $\Phi(t)$.

Finalmente, además de las intervenciones marginales, Hipótesis 7, se debe contemplar la posibilidad de intervenciones intramarginales, debido a la existencia de shocks de oferta monetaria. Esto tiene especial relevancia en los procesos estocásticos de reversión a la media.

Hipótesis 9: *(Intervención "intramarginal.") La intervención que se realiza dentro de la banda es proporcional en intensidad a la desviación de algún objetivo.*

2.2. Proceso estocástico de la velocidad $v(t)$

En primer lugar la velocidad incorpora dos shocks monetarios. A continuación se presenta un supuesto sobre el proceso que sigue:

Hipótesis 10: *Existen dos shocks monetarios estocásticos: un shock real de demanda monetaria ε_1 que se supone sigue un proceso de movimiento browniano; y un shock nominal de oferta ε_2 que es un shock multiplicativo cuyos efectos sobre $\ln(D + R)$ se supone siguen un proceso de movimiento browniano geométrico.⁴³*

En segundo lugar, y análogamente al Modelo 1 para una pequeña economía abierta, podemos estudiar los dos procesos estocásticos analizados anteriormente. En lo que se refiere al caso de que la velocidad siga un movimiento browniano con deriva constante, Hipótesis 5A, replicaríamos los mismos resultados que en el Modelo 1, secciones 1.3 y 1.4. Las únicas

(43) En la literatura de Ataques Especulativos sobre Reservas los shocks provienen exclusivamente del crédito doméstico D . Aquí se amplía a la suma $D + R$.

modificaciones serán los factores que afectan a v . Técnicamente las diferencias son que en lugar de m deberíamos indicar $m - m^*$ (e incluso $m(0) - m^*(0)$ en lugar de $m(0)$). Por tanto nos centraremos sólo en el caso donde la velocidad sigue un proceso estocástico de reversión a la media.

2.2.1. Proceso estocástico de reversión a la media⁴⁴

Dada la Hipótesis 5B, la existencia de procesos estocásticos en la oferta monetaria resultan en un modelo más rico e interesante. El interés reside en que, ahora, la velocidad puede interpretarse como perturbaciones de oferta o de demanda monetaria. Cuando $v(t)$ sigue un proceso con deriva constante, Hipótesis 5A, esta distinción no tiene lugar. Sin embargo cuando sigue un proceso de reversión a la media hay que tener más cuidado.

Dados los procesos estocásticos de la oferta de dinero, Hipótesis 2, 3 y 4B, y de la velocidad, Hipótesis 5B, para obtener una solución general del proceso estocástico del tipo de cambio vía la ecuación estocástica (4), se precisa determinar el proceso que siguen los fundamentos. Esto requiere, en el presente caso de estudio, determinar el tipo de intervención en el mercado cambiario. A continuación sólo nos centraremos en el caso de intervenciones infinitesimales tanto marginales como intramarginales, Hipótesis 7, 8A y 9. Dados estos supuestos, la ecuación diferencial estocástica para los fundamentos es:

$$df(t) = \mu_v(f(t) - A_0(t)) + \sigma dz(t) + dL(t) - dU(t)$$

donde $A_0(t) = a_0 + m(t)$; U y L tienen la misma interpretación que antes (ver 1.4.3.1.a); y la condición inicial es $f(0) = m(0) + v(0)$. Ahora es posible distinguir dos interpretaciones de la velocidad v :

a) La velocidad es un shock de demanda. El proceso de reversión a la media para v se convierte en un proceso similar de reversión a la media para f . Sin embargo, mientras a_0 es una constante, el punto de reversión A_0 para f no es inmutable. Por la Hipótesis 7 existe una intervención en los márgenes de la banda, por lo que m cambian de valor y afecta a A_0 , que se convierte ahora en una nueva variable de estado del sistema, variable, sin embargo, que cambia sólo en los márgenes.

b) La velocidad es un shock de oferta que refleja la intervención intramarginal. Aquí nuevamente, el proceso de reversión a la media para v se traslada a un proceso reversión a la media para f . La diferencia con el caso a) surge del comportamiento conjunto de a_0 y A_0 . No se está obligando a considerar que A_0 varíe a lo largo del tiempo. Si las autoridades monetarias han decidido forzar, mediante una intervención marginal, la existencia de una banda de fluctuación centrada en e_c , sería inconsistente que permitieran al punto de intervención intramarginal objetivo vagar lejos de algún nivel preestablecido. Por tanto las autoridades monetarias

(44) En Delgado y Dumas (1991) se aplica este proceso al estudio de la banda de fluctuación.

deben ajustar a_0 mientras m cambia manteniendo A_0 constante. Con toda seguridad este nivel preestablecido va a ser precisamente $A_0 = e_c$.

2.3. Solución general

Los procesos anteriormente descritos de la oferta monetaria $m(t)$, Hipótesis 2, 3, 4B y de la velocidad $v(t)$, Hipótesis 5B, 7, 8A y 9 determinan, en un equilibrio de expectativas racionales sin burbujas especulativas, una única senda como solución general del proceso estocástico del tipo de cambio que satisface (19). Nuevamente aplicando el Lema de Itô, bajo la Hipótesis 6, donde $g(f)$ es dos veces diferenciable, se tiene la ecuación

$$e(t) = g(f(t)) = f + \alpha \mu_v (f - A_0) g_f(f) + \alpha \frac{\sigma^2}{2} g_{ff}(f)$$

Por la Hipótesis 10 tras un cambio de variable $Y = \mu(A_0 - f)^2 \frac{1}{\sigma^2}$ se tiene una ecuación cuya solución general es

$$e(t) = g(Y(f)) = \frac{f + A_0 \mu \alpha}{1 - \mu \alpha} + A_1 M \left[\frac{1}{2} \mu \alpha; \frac{1}{2}; Y \right] + A_2 M \left[\frac{1 + \mu \alpha}{2 \mu \alpha}, \frac{3}{2}; Y \right] \frac{\sqrt{\mu \alpha - f}}{\sigma} \quad (20)$$

donde $M[.; .; .]$ es la función hipergeométrica confluyente, y A_1 y A_2 son constantes a determinar.⁴⁵

2.4. Soluciones particulares para los diferentes regímenes cambiarios

La obtención de una solución particular para (20) se basa en determinar los valores de A_1 , A_2 , \underline{e} y \bar{e} a partir de unos valores concretos de f y \bar{f} fijados en las Hipótesis 2 y 3. Para este fin es preciso conocer el régimen cambiario vigente. Sin embargo, dado que se ha supuesto intervenciones infinitesimales, Hipótesis 8A, sería indiferente establecer una banda de fundamentos $[\underline{f}, \bar{f}]$ que definir explícitamente una banda cambiaria $[\underline{e}, \bar{e}]$.

2.4.1. Régimen cambiario en flotación libre

La solución de (20) en flotación libre viene dada por

$$e(t) = \frac{f + A_0 \mu \alpha}{1 - \mu \alpha}$$

que es una línea recta. Sin embargo, al contrario del Modelo 1 donde la tendencia de los fundamentos era constante, no es fija. Su posición (no su pendiente) depende, vía la variable A_0 , de las dos ofertas monetarias y por tanto del nivel de activos (incluidas reservas) de los dos Bancos Centrales.

2.4.2. Régimen cambiario de bandas de fluctuación

A partir del supuesto de intervenciones infinitesimales, Hipótesis 8A, las autoridades monetarias determinan una banda cambiaria. Esto permi-

(45) Ver Delgado y Dumas (1991) para un desarrollo más técnico.

te obtener a partir de (20) una solución particular como resolución de un sistema de cuatro ecuaciones, dada por la elección de la banda cambiaria [e, \bar{e}] y la condición *smooth-pasting*, y cuatro incógnitas A_1, A_2, \bar{f} y \underline{f} .

$$g(Y(\bar{f})) = \bar{e}; g_f(Y(\bar{f})) = 0$$

$$g(Y(\underline{f})) = \underline{e}; g_f(Y(\underline{f})) = 0$$

de donde se obtienen las soluciones.

MODELO 3: Modelo con ajuste lento de precios

Finalmente se describe brevemente el tercer modelo teórico que ha utilizado la literatura. Se presenta el modelo de Weller (1991),⁴⁶ que es una versión estocástica del modelo de "overshooting" de Dornbusch (1976). Respecto a los Modelos 1 y 2 describe la dinámica de la producción y del tipo de cambio real, además del tipo de cambio nominal. Esto permite distinguir entre los efectos de imponer bandas al tipo de cambio nominal y al tipo de cambio real. Sin embargo, el coste de proporcionar mayor realismo se traduce en que no obtienen soluciones analíticas explícitas.

Consiste en un modelo monetario estocástico para una pequeña economía abierta con una definición explícita del mercado de bienes. Existen tres diferencias respecto al Modelo 1. En primer lugar se verifica la Paridad del Tipo de Interés No Cubierto. En segundo lugar, la estocasticidad en este modelo se supone proveniente de shocks (por el lado de la oferta) sobre el nivel de precios, en lugar de perturbaciones en la velocidad procedentes de la oferta o demanda de dinero. Finalmente, se supone que existe un lento ajuste del nivel de precios a excesos de demanda de bienes ante shocks de la economía:

Hipótesis 1B: *Los precios de las mercancías y los salarios no se ajustan instantáneamente para vaciar los mercados. Hay plena movilidad de capitales y las intervenciones en el mercado cambiario no son esterilizadas.*

Se suponen dos tipos de variables exógenas (en logaritmos). Una variable controlable, la oferta monetaria nominal m , y una variable exógena no controlable: el tipo de interés nominal extranjero i^* . Las tres variables endógenas (en logaritmos), a determinar en el momento t son: a) el tipo de cambio nominal, e ; b) el nivel de precios nacional, p ; c) el tipo de interés nominal nacional, i ; y d) el nivel de producción (P.I.B.), y . El modelo consta de tres ecuaciones, donde todas las variables están en logaritmos.

$$m(t) - p(t) = \psi y(t) - \alpha i(t) \tag{21}$$

$$y(t) = -\gamma(i(t) - \pi(t)) + \eta(e(t) - p(t)) \tag{22}$$

$$i(t) = i^*(t) + E\{de(t) | \Phi(t)\}/dt \tag{23}$$

$$dp(t) = \vartheta(y(t) - y^e)dt + \sigma dz \tag{24}$$

(46) Este modelo también es la base teórica de Miller y Weller (1991a,b).

La primera ecuación presenta el equilibrio (en logaritmos) del mercado de dinero nacional, donde ψ es la elasticidad de la demanda de dinero respecto a la producción nacional, y $\alpha > 0$ es el (valor absoluto de) la semielasticidad de la demanda de dinero respecto al tipo de interés nominal nacional (semielasticidad del tipo de interés de Cagan). La ecuación (22) es la ecuación de la curva IS que capta la dependencia del output sobre el tipo de cambio real $e - p$ y sobre el tipo de interés real, $i - \pi$, donde π es la tasa esperada instantánea de la inflación, definida por $\pi(t) = E[dp(t) | \Phi(t)]/dt$, donde $\Phi(t)$ es el conjunto de información que los agentes económicos que actúan en el mercado de cambios extranjero utilizan en el período t para formar sus expectativas. La definición logarítmica de la prima de riesgo (Condición de Paridad del Tipo de Interés No Cubierto) viene representada en la ecuación (23). Finalmente, (24) refleja la hipótesis del ajuste gradual de los precios, ajuste no instantáneo inferior a cualquier divergencia entre el output actual, y , y el output de pleno empleo, y^e . El término dz es el incremento de un proceso de Wiener estándar, donde $z \sim (0, dt)$.

Suponiendo las Hipótesis 3, 4A y 8B, y realizando los cambios de variable $q = e - p$ y $l = m - p$, en Miller y Weller (1991) se establece una banda al tipo de cambio real $[q, \bar{q}]$, con lo que la forma reducida de la solución de las variables reales es

$$q = a_{21}l + a_{22}E[dq(t) | \Phi(t)]/dt \quad (25)$$

$$dl = (a_{11}l + a_{12}q)dt + \sigma dz \quad (26)$$

donde (25) es formalmente idéntica a (4). La diferencia se encuentra al comparar (26) con cualquiera de los procesos estocásticos de la velocidad, tanto el movimiento browniano con deriva constante, (5), Hipótesis 5A, como con el proceso de reversión de la media, (14), Hipótesis 5B. En el modelo estocástico de Dornbusch el fundamento $l(t)$ posee una deriva endógenamente determinada, al contrario que la Hipótesis 5A, la cual depende tanto de su propio valor actual y , de forma más importante, del (logaritmo del) tipo de cambio real, a diferencia de la Hipótesis 5B.

3.1. Solución general

Dado el proceso estocástico anteriormente descritos sobre los precios y , dadas las Hipótesis 1B, 3, 4A definimos la solución general del tipo de cambio real.

Hipótesis 6B: *Suponiendo fijado m , la solución para el tipo de cambio en el momento t , $e(t)$ es una función de los fundamentos, $g(f(t))$, dos veces diferenciable:*

$$q(t) = g(f(t)) = m(t) + h(p(t) - m(t))$$

Con esta hipótesis se realiza un desarrollo similar a las ecuaciones (7)–(9) pero no es posible alcanzar una solución general explícita tanto dando una banda para el tipo de cambio real $[q, \bar{q}]$, como para el tipo de cambio nominal $[\underline{e}, \bar{e}]$.

3. COMENTARIOS FINALES Y POSIBLES EXTENSIONES

En este trabajo se ha realizado una revisión técnica de la literatura de bandas de fluctuación centrándonos en los tres modelos principales referidos en la literatura. Se han desarrollado otros modelos que tratan de captar las diferentes creencias sobre los fundamentos del mercado y, consecuentemente, sobre la credibilidad del sistema.⁴⁷ Guías sobre lecturas adicionales sobre la literatura de bandas de fluctuación, tanto teóricas como empíricas, ver Krugman (1991, Postscript), Svensson (1992), Bertola (1993), De Arcangelis (1994), Gámez y Torres (1996, cap. 9 y 10), Obstfeld y Rogoff (1997, cap.8) y Kempa y Nelles (1999).

Debido a lo técnico de la revisión no se ha analizado la cuestión normativa: ¿son las bandas del tipo de cambio óptimas? Considerando al tipo de cambio fijo como una banda más o menos estrecha alrededor de una paridad central, con posibles realineamientos ocasionales de dicha paridad central, en realidad deberían considerarse varias cuestiones normativas consecutivas: ¿cuándo un tipo de cambio fijo es mejor que un tipo de cambio flexible?; ¿cada cuánto sería conveniente realinear la paridad central?; y ¿qué amplitud debe poseer la banda?⁴⁸

Las dos primeras cuestiones ya han sido tratadas por la literatura de regímenes de tipos de cambio (ver Genberg, 1989, para una panorámica), y en la literatura de credibilidad y política macroeconómica (ver Persson y Tabellini, 1990, para una revisión).

Respecto a la tercera, porque una banda no nula en lugar de una paridad fija total, la literatura ha enfatizado la necesidad de tener un cierto grado de independencia monetaria nacional. Los inversores, tanto para invertir en moneda nacional como extranjera, demandan que el diferencial del tipo de interés nacional y extranjero coincida con la suma de la tasa esperada de realineación y la tasa esperada de depreciación dentro de la banda. Si la *banda es cero* sólo depende de la tasa esperada de realineación. El Banco Central no puede controlar al tipo de interés que debe verificar la Paridad del Tipo de Interés. Si la *banda no es nula* la tasa esperada de depreciación dentro de la banda ya no es nula. El Banco Central puede controlar el tipo de interés nacional a través del control de la tasa esperada de depreciación de la moneda dentro de la banda. La forma de controlarlo es explotar la reversión a la media del tipo de cambio dentro de la banda. Si el Banco Central incrementa el tipo de cambio por encima de su media dentro de la banda, el tipo de cambio se espera que se deprecie en el futuro hacia la media. Esto es, se crea una apreciación esperada de la moneda, lo que reducirá el tipo de interés nacional. Y viceversa, reducir el tipo de cambio por debajo de su media genera expectativas de

(47) Por ejemplo Alberola (1994) desarrolla un modelo que recoge la dinámica en un sistema de zona objetivo con diferentes agentes que tienen creencias heterogéneas en los fundamentos.

(48) Ver Werner (1992) para observar el efecto de una modificación en la amplitud de la banda cambiaria.

apreciación de la moneda dentro de la banda, lo que incrementa el tipo de interés nacional.

Esta independencia monetaria permite al Banco Central alguna libertad para ajustar el tipo de interés nacional a ciertas condiciones, disminuir el tipo de interés en depresiones e incrementarlo en expansiones. Este grado de independencia monetaria es la justificación de porqué los regímenes de tipo de cambio fijo no tienen una banda nula.

Posibles extensiones

Una cuestión abierta es la fundamentación microeconómica del régimen cambiario de bandas de fluctuación. Aunque los modelos aquí presentados suponen que la racionalidad y elección de los agentes se encuentran recogidos en las esperanzas de las variables estocásticas y en los procesos que siguen estas variables, sería interesante dar un paso más hacia un modelo de elección, a pesar de su dificultad técnica. Varios artículos han tomado esta dirección, por ejemplo Corbae, Ingram y Mondino (1990), Minford (1993) y Belessakos y Loufir (1993). Esta fundamentación permitiría adicionalmente realizar análisis de bienestar y estudiar si algún régimen cambiario domina en el sentido de Pareto a otro, o bajo qué circunstancias podría ocurrir esa dominancia.

A nivel aplicado existen varias extensiones de gran interés en lo que se refiere a la relación que existen entre los criterios de convergencia cambiarios y los criterios de Maastricht (plasmados en unos valores objetivo del tipo de interés, tasa de inflación, deuda pública sobre el PIB, y gasto público sobre el PIB). Esto es de gran relevancia como orientación para la creación de futuras áreas monetarias que siguieron, y siguen, con interés el proceso de integración europeo. En primer lugar está la relación entre la existencia de estas bandas de fluctuación, los fundamentos de la economía y los criterios de Maastricht. Si estos criterios llevan a la transformación de una banda de fluctuación cambiaria en una moneda única –tipo de cambio fijo– esto significa que dichos criterios de convergencia deben tener una influencia decisiva en los fundamentos de la economía que, como vimos a nivel teórico, afectan a su vez a la banda de fluctuación. Dicha influencia es una línea a explorar. De hecho, desde la ampliación de las bandas en 1993, los tipos de cambio no han fluctuado dentro de la amplia banda del 15% vigente, como si el régimen fuese de flotación libre, sino que han seguido oscilando alrededor de una banda central con una “banda de fluctuación ficticia” más restringida, pero ahora libre de tormentas especulativas o de credibilidad. Seguramente los criterios de convergencia de Maastricht han permitido unos fundamentos más sólidos que la mera convergencia en los tipos de cambio. Esto plantea la cuestión teórica de porqué pudo darse una convergencia monetaria después de la ampliación de las bandas y antes no. El tipo de cambio en un régimen cambiario de banda de fluctuación es aproximadamente igual al tipo de cambio en un sistema de flotación libre excepto, casi, en el límite de la banda: comparando ambos regímenes a nivel teórico, la función del tipo de cambio en el régimen de bandas de fluctuación cambiaria es tangente en los márgenes de la banda de acuerdo con las condiciones de “*smooth pasting*”. Esto quiere decir que las expectativas juegan un papel

decisivo en el criterio de convergencia de los tipos de cambio, mientras que el cumplimiento de los criterios de Maastricht poseen una indefinición menos cuantificable.

En segundo lugar, como los objetivos de convergencia europea no se basaron exclusivamente en el mantenimiento del tipo de cambio dentro de unas bandas, estos criterios puede ser que afectasen a los fundamentos de las economías comunitarias, tanto durante el proceso de integración como después. Esto deja abiertos algunos interrogantes para el futuro. Por ejemplo a nivel teórico la literatura considera que una unificación monetaria supone la movilidad de los factores: en particular supone el equilibrio en el precio de los factores y, en concreto, los salarios. No parece, sin embargo, que esto vaya a darse en la Unión Europea ni en un período de transición ni posteriormente a la unificación. Otro ejemplo es la convergencia en el nivel de precios de los bienes en toda la zona Euro. Cabría ser (muy) escéptico en este sentido: en cualquier país con una larga tradición de "moneda única", como es el caso de España, no parece que hayan convergido los precios de todas las regiones integrantes (ver Alberola y Marqués, 1999).

APÉNDICE

Apéndice 1.- Proceso de Movimiento Browniano o de Wiener (Malliari y Brock, 1982).

El proceso de movimiento browniano $\{z_t, t \in [0, \infty)\}$ es un proceso estocástico sobre un espacio de probabilidades (Ω, \mathcal{F}, P) con las siguientes propiedades:

1) *Suponemos que el proceso empieza en cero: $z_0 = 0$ con probabilidad 1.*

2) *$z_{t_i} - z_{t_{i-1}}$ con $i \leq k$ son variables aleatorias independientes: si $0 \leq t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$ son puntos temporales, entonces*

$$P[z_{t_i} - z_{t_{i-1}} \in H, i \leq n] = \prod_{i \leq n} P[z_{t_i} - z_{t_{i-1}} \in H_i]$$

con $H \in \mathfrak{R}$.

3) *Para $0 \leq s < t$, $z_t - z_{t-s} \sim N(0, \sigma^2(t-s))$ con $\sigma^2 = 1$*

4) *Para cada $\omega \in \Omega$, $z_t(\omega)$ es continua en t , con $t \geq 0$.*

Nota. Un movimiento browniano sin deriva tiene, básicamente dos características: a) sus sendas muestrales son continuas a lo largo del tiempo y no incluyen saltos discretos; y b) cambios en las variables en cualquier intervalo fijo de tiempo se distribuyen como una variable aleatoria normal con media cero y varianza proporcional a la longitud del intervalo.

Apéndice 2.- Ejemplo numérico de Svensson (1991b).

Svensson estudia la solución a la ecuación (4) para el caso particular sin deriva, $\mu = 0$, y con bandas simétricas, $\bar{f} = -\underline{f}$. En este caso las raíces λ y constantes A serían

$$\lambda = -\lambda_1 = \lambda_2 > 0 \text{ con } \lambda = \lambda = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}$$

$$A = A_1 = -A_2 > 0 \text{ con } A = \frac{1}{2\lambda \cosh(\lambda \bar{f})}$$

y el tipo de cambio en la banda de fluctuación viene dado por

$$e(f) = f - \frac{\sinh(\lambda f)}{\lambda \cosh(\lambda \bar{f})}$$

Se obtiene un gráfico con la forma familiar de S para la zona objetivo del tipo de cambio y la recta para el régimen cambiario en flotación.

Tomando ahora los siguientes parámetros: la deriva de los fundamentos es cero, $\mu = 0$; la desviación estándar del tipo de cambio del 10% por $\sqrt{\text{año}}$ en flotación libre es $\sigma = 0,1$ por $\sqrt{\text{año}}$; la elasticidad del tipo de interés de la demanda monetaria del 0,3 con 10% por tipo de interés nominal anual $\alpha = 3$ años; las bandas de los fundamentos son simétricas e iguales $\bar{f} = -\underline{f} = 0,094$. En dicho caso estos parámetros corresponden a la banda del tipo de cambio $\bar{e} = -\underline{e} = 0,015 = 1,5\%$, similar a la banda cambiaria sueca de inicios de los años 90.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alberola Ila, E. (1994): "How long can a honeymoon last? Institutional and Fundamental Beliefs in the Collapse of a Target Zone", First International Conference on Economic Theory, Universidad Carlos III, Madrid.
- Alberola, E. y Marqués, J. M. (1999): "On the relevance and nature of regional inflation differentials", Documento de trabajo, colección Estudios de Economía Española, nº 35, FEDEA, Madrid.
- Beetsma, R. (1992): "Bands and Statistical Properties of EMS Exchange Rates: A Montecarlo Investigation of Three Target Zone Models", *mimeo*, Center, Tilburg University, Septiembre 1992.
- Belessakos, E. y Loufir, R. (1993): "Exchange Rate Target Zones in a Utility Maximizing Framework", *Annales d'Économie et de Statistique*, nº 31, julio-septiembre, pp. 33-50.
- Bertola, G. (1993): "Modelización de Tipos de Cambio y Arbitraje: Instrumentos Técnicos e Intuición Económica", *Cuadernos Económicos del ICE*, nº 53, pp. 95-116.

- Bertola, G. (1994): "Continuous-Time Models of Exchange Rates and Intervention", en van der Ploeg, F. (ed.) *Handbook of International Macroeconomics*, Basil Blackwell, Londres.
- Bertola, G. y Caballero, R. (1992): "Target Zones and Realignment", *American Economic Review*, vol. 82, nº 3, pp. 520-536.
- Bertola, G. y Svensson, L. E. O. (1993): "Stochastic Devaluation Risk and the Empirical Fit of Target-Zone Models", *Review of Economic Studies*, vol. 60, nº 3, julio, pp. 689-712.
- Blackburn, K. y Sola, M. (1993): "Speculative Currency Attacks and Balance of Payments Crises", *Journal of Economic Surveys*, vol.7, nº 2, pp. 119-144.
- Buiter, W. H. y Pesenti, P. A. (1990): "Rational Speculative Bubbles in an Exchange Rate Target Zone", *Discussion Papers*, nº 479, CEPR Noviembre 1990.
- Campos-López, M. I. (1993): "Los modelos de zona objetivo como propuesta de coordinación macroeconómica internacional", *Revista de Estudios Europeos*, nº 3, pp. 59-71.
- Campos-López, M. I. (1999): "Modelos de Bandas de Fluctuación en Tiempo Discreto: una aplicación LD-RE", Tesis doctoral, Departamento de Análisis Económico, Universidad de Valladolid.
- Corbae, D.; Ingram, B. y Mondino, G. (1990): "On the Optimality of Exchange Rate Band Policies", *mimeo*, Universidad de Iowa, Octubre 1990.
- Cuadernos Económicos del ICE (1993): *Mercados y Tipos de Cambio*, editado por Philippe Bacchetta, nº 53, 1993/I.
- De Arcangelis, G. (1994): "Exchange rate target zone modelling", *Economic Notes*, vol. 23, nº 1, pp. 74-115.
- Delgado, F. y Dumas, B. (1991): "Target Zones, Broad and Narrow.", en Krugman, P. R. y Miller, M. (eds.), *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge University Press, Nueva York, pp. 35-56.
- Dornbusch, R. (1976): "Expectations and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy*, vol. 84, nº 6, diciembre, pp. 1161-1176.
- Flood, R. y Garber, P. (1991): "The Linkage between Speculative Attack and Target Zone Models of Exchange Rate: Some Extended Results", en Krugman, P. R. y Miller, M. (eds.), *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge University Press, Nueva York, pp. 17-28.
- Froot, K. y Obstfeld, M. (1991): "Exchange Rate Dynamics under Stochastic Regimen Shifts: An Unified Approach", *Journal of International Economics*, vol. 31, nº 3-4, pp. 203-229.

- Gámez, C. y Torres, J. L. (1996a): *Teoría monetaria internacional*, McGraw-Hill.
- Gámez, C. y Torres, J. L. (1996b): "Zonas objetivo para el tipo de cambio: una panorámica teórica y empírica", *Información Comercial Española*, n° 758, pp. 131-155.
- Genberg, H. (1989): "Exchange Rate Management and Macroeconomic Policy: A National Perspective", *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 91, n° 2, pp. 439-469.
- Harrison, M. (1985): *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*, Wiley, Nueva York.
- Kareken, J. y Wallace, N. (1981): "On the Indeterminacy of Equilibrium Exchange Rates", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 96 n° 2, mayo, pp. 207-222.
- Kempa, B. y Nelles, M. (1999): "The Theory of Exchange Rate Target Zones", *Journal of Economic Surveys*, vol. 13, n° 2, pp. 173-210.
- Krugman, P. (1979): "A Model of Balance-of Payments Crises", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 11, n° 3, agosto, pp. 311-325.
- Krugman, P. (1987): "Trigger Strategies and Price Dynamics in Equity and Foreign Exchange Markets", Documento de trabajo n° 2459, NBER.
- Krugman, P. (1991): "Target Zones and Exchange Rate Dynamics.", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 106, n° 3, pp. 669-682.
- Krugman, P. y Miller, M. (eds.) (1991): *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge University Press, Nueva York.
- Lewis, K. (1990): "Can Managed Float Interventions Make Exchange Rate Behaviour Resemble a Target Zone?", *mimeo*, Universidad de Nueva York.
- Meese, R. y Rogoff, K. (1983): "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do They Fit Out of Sample?", *Journal of International Economics*, vol. 14, n° 1-2, febrero, pp. 3-24.
- Malliari, A. y Brock, W. (1982): *Stochastic Methods in Economics and Finance*, North-Holland, Amsterdam.
- Miller, M. y Weller, P. (1991a): "Exchange Rate Bands with Price Intertia", *Economic Journal*, vol. 101, n° 409, noviembre, pp. 1380-1399.
- Miller, M. y Weller, P. (1991b): "Currency Bands, Target Zones, and Price Flexibility", *IMF Staff Papers*, vol. 38, n° 1.
- Miller, M. y Williamson, J. (1987): *Target Zones and Policy Coordination*, Institute of International Economics, Washington, D.C.
- Minford, P. (1990): "Other People's Money: The Microfoundations of Optimal Currency Areas", *Discussion Papers*, CEPR, n° 757.

- Obstfeld, M. (1984): "Balance-of Payments Crises and Devaluation", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 16, n° 2, mayo, pp. 208-217.
- Obstfeld, M. y Rogoff, K. (1997): *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, Cambridge.
- Persson, T. y Tabellini. G. (1990): *Macroeconomic Policy, Credibility and Politics*, Harwood, Londres.
- Svensson, L. E. O. (1991a): "The Term Structure of Interest Rate Differentials in a Target Zone. Theory and Swedish data", *Journal of Monetary Economics*, vol. 28, n° 1, agosto, pp. 87-116.
- Svensson, L. E. O. (1991b): "Target Zones and Interest Rate Variability", *Journal of International Economics*, vol. 31, n° 1-2, agosto, pp. 27-54.
- Svensson, L. E. O. (1992): "An Interpretation of Recent Research on Exchange Rate Target Zones", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 6, n° 4, otoño, pp. 119-144.
- Weller, P. (1991): "Discussion", en Krugman, P. R. y Miller, M. (eds.), *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge University Press, Nueva York, pp. 28-34.
- Werner, A. M. (1992): "Exchange Rates and Target Zone Width", *Economic Letters*, vol. 40, n° 4, diciembre, pp. 455-457.
- Williamson, J. (1985): *The Exchange Rate System*, Institute of International Economics, Washington, D.C.
- Williamson, J. (2000): *Exchange Rate Regimens for Emerging Markets: Reviving the Intermediate Option*, Institute for International Economics, Washington, D.C.

ABSTRACT

This work is a technical survey of the Exchange rate Target Zones literature, and displays systematically the theoretical foundation of the models developed. The goal is double. First, both the hypothesis assumed and the mathematical methodology in each model are shown. Second, the reasons why different modeling was refined in other to fit with the observed data in real economies are pointed out.

Key words: Exchange Rate, Target Zones, Fundamentals of the Economy.