

TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE SERIES CON CAMBIOS ESTRUCTURALES. UN CASO DE ESTUDIO

María José Presno Casquero
Ana Jesús López Menéndez

Universidad de Oviedo

El tratamiento de series económicas con un cambio estructural conlleva numerosas dificultades, referidas tanto al análisis de su estacionariedad como a su modelización posterior. En este trabajo comentaremos algunas de las limitaciones que presentan los contrastes de estacionariedad en torno a un nivel constante cuando la serie objeto de estudio se ve afectada por un cambio en su media. Se presenta una propuesta de contraste modificado que permite el estudio de la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel que sufre un cambio exógeno, analizando su comportamiento bajo distintas situaciones. La aplicación del test se ilustra con el estudio de la serie mensual de tipo de cambio franco francés/corona danesa, magnitud que se adapta a la tipología analizada en este trabajo.

Palabras clave: estacionariedad, cambio estructural, test KPSSM _{μ} .

1. INTRODUCCIÓN

La presencia de cambios estructurales en las series económicas puede afectar al análisis de su estacionariedad, condicionando así su tratamiento estadístico-econométrico. En este tipo de situaciones nos enfrentamos al riesgo de tratar una serie estacionaria con cambio estructural como si presentase una raíz unitaria. No obstante, si la serie está generada por un proceso $I(1)$ con deriva y sin cambio, cabe también la posibilidad de rechazar equivocadamente la hipótesis de no existencia de rupturas en la serie.

El riesgo de llegar a conclusiones erróneas sobre la estacionariedad de una serie puede presentarse tanto si utilizamos contrastes de raíces unitarias como si se aplican contrastes de estacionariedad.

En el caso de los contrastes de raíces unitarias tipo ADF basados en las propuestas de Dickey y Fuller (1979), la presencia de cambios en series estacionarias hace que el estimador del parámetro autorregresivo se aproxime a la unidad, conduciendo al no rechazo de la hipótesis de raíz unitaria. Una vez puesta de manifiesto esta limitación, Perron (1989, 1990) propone como solución extender el contraste ADF introduciendo variables ficticias para recoger el efecto del cambio, considerando el punto de ruptura conocido a priori.

Por lo que se refiere a los contrastes de estacionariedad tipo KPSS, basados en el trabajo de Kwiatkowski y otros (1992), el análisis de los efectos de los cambios estructurales sobre dichos tests y algunas propuestas de modificación aparecen en Lee (1996), Lee y otros (1997) y Presno y López (1998).

Todos estos aspectos se exponen en el segundo apartado de este trabajo, que comienza con el estudio de los contrastes de raíz unitaria y de estacionariedad más habitualmente empleados, para pasar seguidamente a comentar sus limitaciones cuando la serie sufre una ruptura. Una vez puesta de manifiesto la inadecuación de los tests habituales, se examinarán las metodologías que permiten el análisis del supuesto de estacionariedad en series que presentan cambios, resumiendo el comportamiento del test bajo distintas situaciones.

En el tercer epígrafe se ilustra la aplicación conjunta de los contrastes de raíz unitaria y de estacionariedad que ignoran e incorporan rupturas exógenas con el estudio de la serie mensual de tipo de cambio franco francés/corona danesa. El análisis de esta magnitud pone de manifiesto la importancia de utilizar los contrastes modificados de cara a una correcta identificación de la serie.

2. ANÁLISIS DE ESTACIONARIEDAD

La presencia de raíces unitarias en las series tiene implicaciones tanto económicas como estadísticas, entre las que podemos destacar el problema de las regresiones espurias, la inadecuación de la teoría estadística estándar, o la importancia de conocer el orden de integración de las series en la formulación de modelos ARIMA. Los problemas de potencia y tamaño detectados bajo ciertas situaciones en los contrastes de raíz unitaria habitualmente empleados, unidos a la conveniencia de estudiar el supuesto de cointegración (en lugar de la hipótesis de no cointegración asociada a los tests de raíz unitaria), llevaron a numerosos investigadores a proponer la aplicación alternativa o conjunta de contrastes de estacionariedad.

En este apartado expondremos tanto los contrastes que especifican la hipótesis nula de raíz unitaria como los tests de estacionariedad, para pasar posteriormente a analizar el funcionamiento de estos últimos ante cambios en la media en series sin tendencia. El comportamiento deficiente de este tipo de contrastes en tales situaciones nos llevará a exponer

una solución que permite el análisis de variables afectadas por un cambio exógeno, examinando el funcionamiento de esta alternativa bajo distintas situaciones que resultan de interés desde el punto de vista empírico.

2.1. Metodologías alternativas. Contrastes de raíz unitaria y estacionariedad

El método más tradicional para estudiar la presencia de raíces unitarias en una serie temporal parte del contraste ADF o test ampliado de Dickey y Fuller (1979), basado en la especificación:

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \alpha y_{t-1} + \sum_i c_i \Delta y_{t-i} + u_t \tag{1}$$

sobre la que se contrasta la hipótesis nula¹ $H_0: \alpha=0$ frente a la alternativa $H_1: \alpha < 0$.

Partiendo del coeficiente estimado de y_{t-1} se construye el estadístico

$$t = \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{S_{\hat{\alpha}}}$$

que, pese a su denominación, no sigue una distribución t de Student. Los valores críticos asociados a esta expresión dependen de la especificación del modelo (presencia de constante y/o tendencia) y han sido tabulados, entre otros, por Fuller (1976) y MacKinnon (1991).

Los contrastes de estacionariedad constituyen una alternativa a los tests de raíz unitaria, siendo dos de las propuestas más utilizadas² las debidas a Kwiatkowski y otros (1992) y Leybourne y McCabe (1994), que difieren en el tratamiento no paramétrico y paramétrico respectivamente de la autocorrelación serial. En este trabajo nos centraremos en el primero, denominado habitualmente KPSS, que contrasta la hipótesis de estacionariedad en torno a nivel o en torno a una tendencia lineal, frente a la alternativa de raíz unitaria, y puede ser derivado como un caso especial del modelo de Nabeya y Tanaka (1988) para el análisis de regresión con coeficientes variables.

Concretamente, el test KPSS para el análisis de estacionariedad en torno a un nivel parte de la formulación:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t \end{aligned} \tag{2}$$

(1) Si consideramos la especificación $\Delta y_t = \mu + \beta t + (\phi - 1)y_{t-1} + \sum_i c_i \Delta y_{t-i} + u_t$, la hipótesis nula $\alpha = (\phi - 1) = 0$ equivale a la presencia de una raíz unitaria.

La solución no paramétrica de Phillips (1987) y Phillips y Perron (1988) constituye otra posibilidad para contrastar la hipótesis de raíz unitaria en procesos con autocorrelación.

(2) Otros contrastes de estacionariedad aparecen recogidos en Park y Choi (1988), Park (1990), Herce (1991), Kahn y Ogaki (1992), Bierens y Guo (1993) o Lobato y Robinson (1998).

donde u_t son i.i.d. $(0, \sigma_u^2)$ y ε_t satisface las condiciones de regularidad de Phillips y Perron (1988) o de Phillips y Solo (1989) que permiten el tratamiento de series con autocorrelación serial³.

Sobre (2) se contrasta:

$$H_0: \sigma_u^2 = 0$$

$$H_1: \sigma_u^2 > 0$$

mediante el estadístico que viene dado en este caso por la expresión:

$$\hat{\eta}_\mu = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{T^2 s^2(l)} \quad (3)$$

donde: $s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}$, con $w(s, l) = 1 - \frac{s}{l+1}$

Por su parte, $S_t = \sum_{i=1}^t e_i$, siendo e_t los residuos de la regresión de y_t sobre una constante.

Los tests tipo KPSS pueden ser utilizados de forma complementaria al contraste ADF, ofreciendo algunas ventajas respecto a éste. En concreto, los contrastes de estacionariedad proporcionan mejores resultados que el test ADF en series que presentan características media móvil con coeficientes positivos y elevados, resultando más robustos que los contrastes de raíz unitaria en distribuciones cuyas perturbaciones no son normales, y potentes frente a alternativas de integración fraccional (Lee y Schmidt (1996)).

2.2. Contrastes de estacionariedad y cambios estructurales

Los resultados de los contrastes ADF y KPSS pueden verse afectados de forma importante por la presencia de rupturas en las series analizadas. Así, para el caso de los contrastes tipo ADF, diferentes trabajos de Perron (1989, 1990) han puesto de manifiesto que la presencia de cambios en series estacionarias en torno a una tendencia o a un nivel hacen que el estimador del parámetro autorregresivo se aproxime a la unidad, llevándonos a no rechazar la hipótesis de raíz unitaria⁴. La solución propuesta por Perron consistió en extender el contraste ADF introduciendo variables ficticias para recoger el efecto del cambio, considerando el punto de ruptura conocido a priori. Otras alternativas para el tratamiento de este problema aparecen en los trabajos de Balke y Fomby (1991), Christiano (1992), Perron y Vogelsang (1992a), Zivot y Andrews (1992), Banerjee y otros (1992), o más recientemente Lumsdaine y Papell (1997), Clemente y otros (1998), Vogelsang y Perron (1998) o Bai y Perron (1998), quienes defienden la aplicación de procedimientos que determinan endógena-

(3) Nabeya y Tanaka (1988) obtienen la distribución asintótica del estadístico para el caso de procesos i.i.d., y Kwiatkowski y otros (1992) lo extienden para el análisis de procesos dependientes, más generales.

(4) Los estudios de Perron (1989, 1990) aparecen ampliados en Montañés (1996, 1997a) y Montañés y Reyes (1998).

mente⁵ la ubicación del punto de ruptura, incorporando algunos de ellos la posibilidad de múltiples cambios.

Los efectos de los cambios estructurales sobre el contraste de estacionariedad KPSS han sido analizados en Lee y otros (1997) y Presno y López (1998). En el cuadro 1 resumimos las conclusiones más relevantes de este último estudio referentes al impacto de las rupturas sobre el test de estacionariedad en torno a un nivel constante, obtenidas a partir de procedimientos de Monte Carlo⁶ al generar series tanto bajo la hipótesis nula de estacionariedad (lo que permite estudiar el tamaño del test) como bajo la alternativa (analizando en este caso la potencia).

Cuadro 1 CONCLUSIONES DE LOS ANÁLISIS DE SIMULACIÓN SOBRE EL TEST DE ESTACIONARIEDAD

Tamaño del test	Potencia del test
<ul style="list-style-type: none"> - La presencia de rupturas provoca distorsiones en el tamaño del test de estacionariedad que llevan a un porcentaje de rechazos por encima del nivel de significación y, por lo tanto, a rechazar erróneamente el supuesto de estacionariedad. - Las distorsiones en el tamaño del test muestran una relación directa con el tamaño muestral y la magnitud de ruptura, siendo independientes del sentido de la misma. - Para el tamaño muestral considerado ($T=100$), las distorsiones dependen de la posición relativa de la ruptura en la muestra ($\lambda=T_b/T$, donde T_b representa el punto en el que se produce el cambio), observándose un comportamiento simétrico respecto a $\lambda=0.5$, valor para el que las distorsiones alcanzan su máximo⁷. 	<ul style="list-style-type: none"> - Los cambios repentinos en el nivel provocan un incremento del porcentaje de rechazos bajo la hipótesis alternativa. - Al aumentar el tamaño muestral la potencia se ve incrementada. - La distribución se ve afectada por la magnitud de la ruptura cuando el cociente señal-ruido $q=\sigma_s^2/\sigma_\varepsilon^2$ adopta valores reducidos, atenuándose esta circunstancia en series con valores más elevados de q.

(5) Christiano (1992) abrió la polémica sobre la conveniencia de considerar rupturas determinadas endógenamente, para así evitar las distorsiones en el tamaño de los contrastes conductentes a un porcentaje de rechazos por encima de su nivel de significación. No obstante, esta vía no está exenta de problemas. Una dificultad viene dada por el hecho de que los procedimientos secuenciales en los que se basan este tipo de tests no siempre resultan lo suficientemente potentes como para detectar el punto de ruptura exacto; por otro lado, el investigador puede disponer de información sobre el punto de ruptura (crisis, guerras, integración de un país en la Unión Europea o en el Sistema Monetario Europeo, cambios institucionales...), siendo deseable su inclusión en la especificación del modelo tal y como defienden Perron (1990, 1997), Montañés (1997b) o Maddala y Kim (1998).

(6) En concreto, se generaron series de tamaño 100 con cambios en diversos puntos T_b (denotando la posición relativa del cambio en la muestra por $\lambda=T_b/T$) de magnitud 0, ± 0.25 , ± 0.5 , ± 1 , ± 1.5 , ± 2 y ± 3 , realizando 5000 repeticiones en cada uno de los experimentos. En el análisis de potencia se consideran distintos valores del cociente señal-ruido, $q=\sigma_s^2/\sigma_\varepsilon^2$, desde 0.001 hasta 100. Sobre estas series se aplicó el test de estacionariedad que ignora la presencia de ruptura en la serie.

(7) Considerando un nivel de significación del 5%, y para $T=100$, $\gamma=\pm 1$ y $\lambda=0.5$, el porcentaje de rechazos se eleva al 99.4%, mientras que si $\lambda=0.1$ ó $\lambda=0.9$ se reduce al 32.3%.

A partir de los rasgos expuestos se puede concluir que la aplicación de los tests de estacionariedad en series con un cambio en nivel no resulta adecuada puesto que surgen grandes distorsiones en el tamaño del contraste que llevan a un sobrerrechazo de la hipótesis de estacionariedad. Este aspecto, unido al hecho de que esta especificación errónea provoca incrementos en la potencia, deriva en un alto porcentaje de rechazos de la hipótesis nula, sea o no ésta cierta.

2.3. Contraste de estacionariedad modificado

La inadecuación del contraste de estacionariedad para el estudio de series sin tendencia que presentan rupturas aconseja la aplicación del test KPSS modificado (que denotamos por $KPSSM_{\mu}$), cuya derivación se lleva a cabo a partir del modelo:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \gamma DU_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + U_t \end{aligned} \quad DU_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq T_b \\ 1 & \text{si } t > T_b \end{cases} \quad (4)$$

donde suponemos que el momento en el que se produce la ruptura (T_b) es conocido a priori. Sobre este modelo se contrasta:

$H_0: \sigma_0^2 = 0$, estacionariedad en torno a un nivel que presenta un cambio en T_b

$H_1: \sigma_0^2 > 0$, raíz unitaria

utilizándose el estadístico recogido en la expresión (3), si bien para el cálculo de los residuos se introduce también la variable escalón definida anteriormente:

$$e_t = y_t - \hat{\mu} - \hat{\gamma} DU_t \quad (5)$$

Los valores críticos del contraste modificado fueron obtenidos mediante procedimientos de Monte Carlo⁸, mostrando –tal y como cabía esperar– diferencias con los derivados para el test KPSS. Resulta interesante destacar algunos aspectos observados:

- Los valores críticos dependen de la posición relativa de la ruptura en la muestra, λ , observándose la existencia de simetría en torno a $\lambda=0.5$.

- Los valores críticos están acotados por los tabulados en el test KPSS para series estacionarias en torno a nivel y estacionarias en torno a tendencia (cuando $\lambda=0.5$ se obtienen resultados próximos a los correspondientes al contraste de estacionariedad en torno a tendencia, acercándose a los valores críticos del contraste para nivel si la ruptura se aproxima a los extremos).

(8) El estudio se basó en experimentos con 25.000 repeticiones, considerando 9 posiciones relativas del cambio en la muestra (que oscilan entre $\lambda=0.1$ y $\lambda=0.9$) y 9 tamaños muestrales (desde 50 a 500).

Dado que los valores críticos dependen de la posición relativa de la ruptura en la muestra, y que la tabulación de estos valores para cada posible momento de cambio resultaría una tarea demasiado ardua, una herramienta útil es la superficie de respuesta, que relaciona los valores críticos estimados con variables de control (λ y T). En concreto, la superficie de respuesta propuesta viene dada por la expresión:

$$p^p(\lambda', T) = \beta_0 + \beta_1 \lambda' + \beta_2 \lambda'^2 + \frac{\beta_3}{T} + \frac{\beta_4}{T^2} \quad \lambda' = \min(\lambda, (1-\lambda)) \quad (6)$$

donde $p^p(\lambda', T)$ es el cuantil estimado.

Los resultados de la estimación de esta superficie para varios niveles de significación (10%, 5%, 2,5% y 1%) aparecen recogidos en el cuadro 2, donde se indican entre paréntesis los errores estándar:

Cuadro 2
ESTIMACIÓN DE LA SUPERFICIE DE RESPUESTA

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	R^2
$p^{0.1}(\lambda', T)$	0.3584 (0.0020)	-0.8068 (0.0147)	0.7823 (0.0240)	0.2441 (0.0711)	0	0.9971
$p^{0.05}(\lambda', T)$	0.4827 (0.0024)	-1.0980 (0.0158)	1.0231 (0.0258)	-0.9595 (0.3560)	49.6855 (15.5952)	0.9970
$p^{0.025}(\lambda', T)$	0.6036 (0.0033)	-1.3723 (0.0200)	1.2256 (0.0308)	-0.9633 (0.3884)	41.8290 (17.8564)	0.9977
$p^{0.01}(\lambda', T)$	0.7632 (0.0057)	-1.6904 (0.0346)	1.4113 (0.0540)	-1.6660 (0.7149)	59.8410 (30.8192)	0.9970

2.4. Estudio del comportamiento del test modificado

En un apartado anterior hemos analizado las consecuencias sobre el test KPSS de obviar la existencia de un cambio. Estudiaremos ahora el comportamiento del test $KPSSM_{\mu}$ ante diferentes alternativas:

- *Especificación correcta.* En esta situación se considera que la serie sufre una ruptura en el momento en que ésta realmente se produce.

- *Consideración de una ruptura inexistente.* En este caso contemplamos la aplicación del contraste $KPSSM_{\mu}$ a series que no se han visto afectadas por rupturas.

- *Elección errónea del momento de cambio.* El test modificado parte de una determinación exógena del punto de ruptura asociado a un acontecimiento que se supone que ha afectado a la serie. No obstante, cabe la posibilidad de que dicho suceso haya mostrado sus efectos con una cierta anticipación o dilación en el tiempo, aspecto que derivará en una especificación errónea del punto de ruptura, adquiriendo relevancia el conocimiento de los riesgos asumidos en esta situación.

El estudio de la repercusión de estos aspectos sobre el tamaño y la potencia del test $KPSSM_{\mu}$ se realizó mediante procedimientos de Monte Carlo⁹, generando series con errores i.i.d., para distintos tamaños muestrales ($T=100, 200$), diferentes magnitudes de ruptura ($\gamma=1, 2, 3$), diversas posiciones relativas de ruptura en la muestra ($\lambda=0.2, 0.3, 0.5, 0.8$), y distintos errores en la determinación de la ruptura ($\kappa=\pm 0.03, \pm 0.05, \pm 0.1$, siendo $\kappa=\lambda^*-\lambda$, donde λ^* denota la posición relativa supuesta para la ruptura en la muestra).

- En caso de especificación correcta del modelo, el test $KPSSM_{\mu}$ no se ve afectado por el tamaño muestral ni por la posición y magnitud de la ruptura, lo que demuestra que el contraste recoge adecuadamente el efecto del cambio.

Bajo la hipótesis alternativa se aprecia un incremento en la potencia como consecuencia de aumentos en el cociente señal-ruido y en el tamaño muestral. Por lo que respecta al efecto de la posición relativa del cambio en la muestra, para valores reducidos de q constatamos que la potencia se eleva con la proximidad del cambio a los extremos de la muestra, invirtiéndose el efecto para valores elevados de q . En todo caso, y como resultado de la inclusión de elementos deterministas, la potencia se ve ligeramente reducida con respecto al test de estacionariedad que no incorpora cambios.

- El comportamiento antes descrito coincide con el observado cuando se aplica el test modificado a series que no sufren rupturas, con lo cual la consecuencia es tan sólo una ligera reducción de potencia respecto a la del contraste que no incorpora cambios. Este rasgo aconsejaría la aplicación del test modificado ante la mínima sospecha de existencia de cambios de nivel en las series, evitando así las importantes distorsiones que se producen en el caso de utilizar el contraste KPSS cuando la serie sufre rupturas en su nivel¹⁰.

- La determinación errónea del momento de cambio conlleva distorsiones en el tamaño del test que originan un porcentaje de rechazos por encima del nivel de significación, y que guardan una relación directa con la magnitud de ruptura, con el error relativo en la elección del punto de cambio y –a igualdad de los anteriores factores– con el tamaño muestral. Por lo que se refiere al efecto de la posición relativa del cambio en la muestra, se comprueba que las mayores distorsiones surgen cuando $\lambda=0.5$, y las menores para errores por defecto en la determinación del punto de ruptura y cambios próximos al extremo superior de la muestra, o bien para errores por exceso cuando la ruptura se aproxima al extremo inferior¹¹.

(9) El análisis exhaustivo de todos los casos aparece recogido con detalle en Presno y López (1998).

(10) Este comportamiento contrasta con el observado en distintos estudios sobre el test de Perron, en los que se puede ver que la potencia es mayor cuando no existe cambio que cuando éste se presenta.

(11) Se aprecia un comportamiento opuesto para rupturas simétricas respecto a $\lambda=0.5$ y errores por exceso y defecto. Como ilustración, para el caso $\gamma=2$, se observa que si $\kappa=-0.03$ (error por defecto) y $\lambda=0.2$, el porcentaje de rechazos es del 15.2%, resultado muy similar al obtenido para $\kappa=0.03$ (error por exceso) y $\lambda=0.8$. Sin embargo, si $\kappa=0.03$ y $\lambda=0.2$, el porcentaje de rechazos obtenido es del 5.4%, y para $\kappa=-0.03$ y $\lambda=0.8$, del 5%.

Por otro lado, si el estudio se centra en el comportamiento bajo la hipótesis alternativa, se comprueba que la potencia se ve incrementada.

Para finalizar el análisis de este factor debemos añadir que muchas de las limitaciones observadas en el test de estacionariedad en esta situación están también presentes en el contraste de Perron (1990)¹².

Si bien el comportamiento del test modificado ha sido analizado considerando errores i.i.d., las series económicas suelen presentar autocorrelación serial, por lo que resulta aconsejable conocer el funcionamiento del contraste en otras situaciones. Este objetivo ha sido abordado en Presno y López (2001), donde se recoge un análisis comparativo del test de estacionariedad y de la propuesta de Perron (1990). Los resultados de este trabajo revelan que, si bien el contraste $KPSSM_{\mu}$ es más sensible al valor de l considerado (siendo precisa una cifra elevada para eliminar las distorsiones en el tamaño del test), en cambio se muestra independiente de la magnitud de la ruptura y presenta un mejor comportamiento que el contraste de Perron (1990) cuando están presentes componentes media móvil positivos y elevados, especialmente si la ruptura se produce en la primera mitad de la muestra.

3. UN CASO DE ESTUDIO. EL TIPO DE CAMBIO FRANCO FRANCÉS/CORONA DANESA

Una vez expuesta la metodología para el análisis de estacionariedad en series sin tendencia afectadas por una ruptura, ilustraremos su aplicación con el estudio de una magnitud que se adapta a estas características: la serie mensual de tipo de cambio franco francés/corona danesa.

Las dos monedas estudiadas integraron el Sistema Monetario Europeo (SME) desde sus inicios en 1979, participando en el mecanismo de cambios con un margen de fluctuación del 2,25% hasta la crisis del sistema en 1992-1993, momento a partir del cual la banda de fluctuación se ampliaría al 15%. El proceso de búsqueda de estabilidad cambiaria y cooperación financiera continuaría con la consecución de la tercera fase de la Unión Económica y Monetaria el 1 de enero de 1999, momento a partir del cual los tipos de cambio son irrevocablemente fijos.

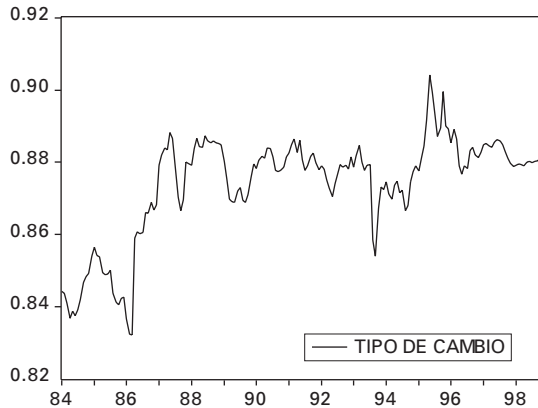
A lo largo de este proceso, las monedas que integran el SME sufrieron frecuentes reajustes a través de revaluaciones y devaluaciones, y en concreto, el 7 de julio de 1986 tuvo lugar un reajuste general con la reva-

(12) Hecq y Urbain (1993) observan mediante simulación para el caso de *outliers innovacionales* que si el error es por defecto y las rupturas de gran magnitud, se reduce el porcentaje de rechazos de la hipótesis de raíz unitaria tanto bajo la hipótesis nula como bajo la alternativa; para errores por exceso observaron distorsiones en el tamaño del test que llevan a un sobrerrechazo de la hipótesis nula. Montañés (1997b) demuestra también para el caso de *outliers innovacionales* que el test presenta un correcto comportamiento asintótico bajo la hipótesis alternativa, si bien en muestras finitas disminuirá la potencia ante grandes rupturas. Estos resultados son extensibles al caso *aditivo*.

luación, entre otras, de la corona danesa en un 1% y la devaluación del franco francés en un 3%.

Teniendo presente esta información, analizamos la serie mensual de tipo de cambio franco francés/corona danesa en el período que se inicia en enero de 1984 y finaliza en diciembre de 1998. Los datos han sido extraídos de la publicación *International Financial Statistics* del Fondo Monetario Internacional, y aparecen representados en el gráfico 1.

Gráfico 1
TIPO DE CAMBIO FRANCO FRANCÉS/CORONA DANESA



Nuestro análisis partirá de la aplicación de los contrastes de raíz unitaria y estacionariedad que no incorporan cambios, utilizando conjuntamente ambos tipos de tests como modo de reforzar las conclusiones derivadas del estudio¹³. Esta metodología es defendida y aplicada en distintos trabajos, entre los que podemos citar a Kwiatkowski y otros (1992), Amano y van-Norden (1992), Henricsson y Lundbäck (1995), Schlitzer (1996), o Cheung y Chinn (1996). Estos últimos resumen los resultados que se pueden derivar de esta aplicación conjunta en el cuadro 3:

Cuadro 3
COMBINACIONES DE CONCLUSIONES DE LOS TESTS ADF Y KPSS

	KPSS NO RECHAZA	KPSS RECHAZA
ADF NO RECHAZA	CASO I	CASO II
ADF RECHAZA	CASO III	CASO IV

(13) En este sentido, Charemza y Syczewska (1998) defienden que la aplicación conjunta de ambos tipos de contrastes debe acompañarse de la utilización de los valores críticos adecuados, de forma que la probabilidad de error tipo I del test ADF coincida con la potencia del test KPSS y con la probabilidad conjunta de aceptación de la hipótesis de estacionariedad, denominada por ellos *probabilidad de confirmación conjunta*.

Se observa que los casos II y III no resultan problemáticos, puesto que ambos contrastes conducen a conclusiones coincidentes (no estacionariedad y estacionariedad de la serie, respectivamente). Sin embargo, los casos I y IV ofrecen resultados contradictorios que Cheung y Chinn (1996) atribuyen en el primer caso a la baja potencia y en el IV a la existencia de un PGD más complejo que el considerado en ambos tests. Por otro lado, cabe señalar a partir del estudio de Monte Carlo realizado por Burke (1994), que el nivel de significación más apropiado para realizar este análisis conjunto es el 10%, en lugar del habitual 5%.

Una vez analizados los resultados para los contrastes que no incorporan rupturas, ampliaremos el estudio aplicando tests modificados considerando una ruptura en julio de 1986 como consecuencia del mencionado reajuste de las monedas.

3.1. Aplicación de los contrastes ADF y KPSS

Tal y como se comentó previamente, nuestro estudio comienza con la aplicación de los contrastes que no incorporan rupturas.

Un problema que se plantea en la aplicación del test ADF es la elección correcta del número de retardos a incluir (k), pues si éste es demasiado bajo se producirán distorsiones en el tamaño del contraste, mientras que si resulta elevado se resentirá la potencia. En este sentido, Ng y Perron (1995) observan que la utilización de métodos dependientes de los datos conduce a tests con mejores propiedades, en lo que a tamaño y potencia se refiere, que si k es fijo y se elige a priori.

Por todo ello, optamos por seguir la propuesta de Holden y Perman (1994) consistente en incluir los términos de la variable retardada necesarios para lograr residuos ruido blanco, utilizando el test de los multiplicadores de Lagrange para contrastar la correlación serial y comprobar que el número de retardos es el adecuado. A su vez, analizamos la significatividad individual del último retardo incluido¹⁴.

Siguiendo este criterio, la aplicación del contraste ADF sobre la serie de tipo de cambio, incluyendo 2 retardos, ofrece un valor del estadístico de -2.451, que permite no rechazar el supuesto de raíz unitaria al 10% (el valor crítico a este nivel es -2.575).

En cuanto a la aplicación del contraste KPSS, es necesario tener presente que la elección de un valor elevado de la amplitud de la ventana espectral (l) evitará distorsiones en el tamaño del test si existe autocorrelación, pero afectará a la potencia del mismo en muestras de tamaño

(14) Perron (1994) considera un procedimiento recursivo basado en analizar el estadístico t del coeficiente asociado con el último retardo en la autorregresión hasta un número máximo fijado previamente ($kmáx$), y un procedimiento basado en criterios de información, que presenta el problema de seleccionar modelos demasiado parsimoniosos en series con características media móvil.

reducido¹⁵. En este sentido, suele asumirse el valor $l=8$ como un compromiso entre las importantes distorsiones en el tamaño del test que serían de esperar con $l=4$ y la escasa potencia con $l=12$.

En nuestro caso hemos optado por incluir valores de l hasta $l=12$, observando el efecto de este factor sobre el valor del estadístico. Los resultados del contraste se recogen en el cuadro 5, observándose que el estadístico es sensible al valor de l , disminuyendo a medida que la amplitud de ventana espectral aumenta como consecuencia de la autocorrelación positiva de la serie, que provoca incrementos en $s^2(l)$ al aumentar l . Los datos del cuadro también revelan un rechazo del supuesto de estacionariedad en torno a un nivel constante para todos los valores de l y los niveles de significación señalados.

Del análisis conjunto de ambos tipos de contraste se deriva que la variable no es estacionaria, resultando aconsejable trabajar con la serie en diferencias. No obstante, a lo largo de este estudio no se ha tenido en cuenta el cambio que ha podido suponer el reajuste general de las monedas de julio de 1986. Como hemos justificado en apartados anteriores, si este acontecimiento ha provocado realmente una ruptura en la serie hemos de tener presentes los problemas de potencia y las distorsiones en el tamaño que surgen respectivamente en los contrastes de raíz unitaria y de estacionariedad, siendo aconsejable la aplicación de tests modificados.

3.2. Aplicación de los contrastes de Perron y KPSSM_l

En el presente apartado analizaremos la serie de tipo de cambio desde la perspectiva de los contrastes modificados que contemplan rupturas.

Comenzamos con la aplicación del test de Perron (1990), que especifica la hipótesis nula de raíz unitaria frente a la alternativa de proceso estacionario en torno a un nivel con cambio determinado exógenamente. Dado que en nuestra serie parece observarse una ruptura brusca en julio de 1986, nos decantamos por una formulación en términos del *modelo aditivo*, si bien, y con el objetivo de comprobar la robustez de las conclusiones, se incluyen también los resultados derivados de la formulación *innovacional*, que supone un cambio gradual en la variable. En ambos casos se realizó un tratamiento paramétrico de la autocorrelación.

El procedimiento de contraste, tal y como se especifica en Perron (1990), consta de dos fases:

En la primera se estima y elimina la función determinista de la serie original mediante las regresiones:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + \tilde{y}_t \quad (7)$$

(15) Algunas propuestas dependientes de los datos que ofrecen buenos resultados son la de Schwert (1989), Andrews (1991), Andrews y Monahan (1992), Newey y West (1994) o Hobbijn y otros (1998). También es posible la aplicación de otros núcleos, como el de Parzen o el espectral cuadrático.

donde $DU_t=0$ para $t \leq T_b$ y $DU_t=1$ para $t > T_b$ siendo en este caso T_b el mes de julio de 1986.

En el segundo paso se contrasta la hipótesis nula, $\phi=1$, a partir de las regresiones¹⁶:

$$\tilde{y}_t = \phi \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=0}^k w_j D(TB)_{t-j} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad t=k+2, \dots, T \quad (8)$$

donde $D(TB)_t=1$ si $t=T_b+1$, y $D(TB)_t=0$ en otro caso.

Por su parte, el análisis del caso *innovacional* se realiza a partir de la regresión:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + dD(TB)_t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad (9)$$

Los resultados de este contraste se recogen en el cuadro 4, y conducen a un inequívoco rechazo del supuesto de raíz unitaria para todos los niveles de significación considerados, tanto en la versión *aditiva* como en la *innovacional*.

La aplicación del test $KPSSM_{it}$ suponiendo la existencia de una ruptura en julio de 1986 proporciona los resultados recogidos en el cuadro 5, que al ser comparados con los valores críticos proporcionados por la superficie de respuesta (6) nos llevan a no rechazar, al 10% y para $l \geq 5$, la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel constante que presenta una ruptura.

Del análisis conjunto de ambos tipos de contrastes se desprende que la serie de tipo de cambio presenta fluctuaciones estacionarias en torno a un nivel con una ruptura, esto es, la serie es estacionaria excepto por un cambio en la media, siendo éste el único *shock* que presenta efectos permanentes, a diferencia de lo que sucede en series con raíces unitarias.

Para finalizar este apartado conviene señalar que el tratamiento de la serie se ha llevado a cabo considerando tan sólo una ruptura, cuando es posible que el tipo de cambio estudiado se haya visto afectado por otros acontecimientos, como los motivados por la crisis del SME en 1993 que llevaron a la ampliación de las bandas de fluctuación. Aun reconociendo esta debilidad de los contrastes utilizados, no debería afectar a las conclusiones del estudio ya que cabría esperar que la inclusión de nuevas rupturas reforzase el supuesto de estacionariedad de la serie considerada.

Por último hemos de añadir que en nuestro caso se estudió la serie de tipo de cambio nominal. Otros trabajos, como los llevados a cabo por Perron y Vogelsang (1992a) o Morales y Peruga (2000), estudian series de tipo de cambio real investigando la hipótesis de paridad de poder adquisitivo, y comprueban igualmente que las conclusiones se ven modificadas al incluir rupturas, que en estos casos son determinadas endógenamente.

(16) En este segundo paso también es posible realizar una corrección no paramétrica, partiendo de las propuestas de Phillips (1987) y Phillips y Perron (1988).

Cuadro 4
RESULTADOS DEL TEST DE PERRON
SERIE TIPO DE CAMBIO FRANCO FRANCÉS/CORONA DANESA

MODELO	T	λ	k	$\tilde{\mu}$	$t_{\tilde{\mu}}$	$\tilde{\gamma}$	$t_{\tilde{\gamma}}$	$\tilde{\beta}$	$t_{\tilde{\beta}}$	$\tilde{\delta}$	$t_{\tilde{\delta}}$	$\tilde{\alpha}$	$t_{\tilde{\alpha}}$	$\tilde{\phi}$	$t_{\tilde{\phi}}$	Valores críticos		
																1%	5%	10%
NIVEL (OA)	180	0.172	2	0.846	628.99	0.033	22.726	-	-	-	-	-	-	0.797	-4.472	-3.85	-3.20	-2.89
NIVEL (OI)	180	0.172	2	0.172	4.469	0.007	3.714	-	-	-	-	-0.003	-0.766	0.797	-4.454	-3.85	-3.20	-2.89

Nota: Los valores críticos aparecen en Perron (1990).

Cuadro 5
RESULTADOS DEL TEST KPSS Y KPSSM_{it}
SERIE TIPO DE CAMBIO FRANCO FRANCÉS/CORONA DANESA

TEST	PERÍODO	T	λ	Amplitudes de ventana espectral												Valores críticos			
				l=0	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10	l=11	l=12	1%	5%	10%
KPSS	1984:01-1998:12	180	-	7.948	4.089	2.799	2.150	1.759	1.497	1.311	1.173	1.065	0.980	0.909	0.851	0.801	0.738	0.464	0.349
KPSSM _{it}	1984:01-1998:12	180	0.172	0.850	0.480	0.360	0.302	0.266	0.242	0.226	0.215	0.208	0.202	0.198	0.194	0.192	0.558	0.363	0.244

Nota: Los valores críticos para el test KPSS se obtuvieron a partir de la superficie de respuesta de Sephton (1995), y de la superficie de respuesta (6) para el contraste KPSSM_{it}.

4. CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo hemos expuesto algunas de las limitaciones que presentan los tests de estacionariedad en torno a un nivel constante cuando la serie objeto de estudio presenta rupturas que afectan a su media. Los resultados permiten concluir que la aplicación de este tipo de contrastes a series estacionarias con un cambio conduce a clasificar la serie erróneamente como no estacionaria.

Esta circunstancia aconseja el uso de contrastes modificados que permitan la inclusión de rupturas bien de modo exógeno –vinculadas con algún acontecimiento que ha provocado cambios en la serie– o bien endógenamente. En este trabajo optamos por la primera posibilidad, exponiendo una ampliación del test de estacionariedad que incorpora una ruptura, y recogiendo los valores críticos del contraste en una superficie de respuesta que los relaciona con la posición relativa del cambio y el tamaño muestral.

El estudio del comportamiento del test modificado bajo distintas situaciones permite concluir que su funcionamiento es adecuado ante especificaciones correctas del punto de ruptura e incluso cuando ésta no existe, siendo aconsejable su aplicación a series con componente media móvil elevada y positiva. No obstante, una determinación errónea del momento de cambio provoca distorsiones en el tamaño del test que dependen del tipo y la cuantía de error, la magnitud del cambio, y la posición relativa del mismo en la muestra.

El trabajo se completa con una aplicación de los procedimientos descritos a la serie temporal del tipo de cambio franco francés/corona danesa, que presenta una ruptura en julio de 1986 como consecuencia de un reajuste de las monedas del Sistema Monetario Europeo.

El estudio se realiza a partir de la aplicación conjunta de los contrastes de raíz unitaria y de estacionariedad como medio de confirmación de los resultados, y comienza con el análisis de la serie sin considerar cambios, lo que conduce a pensar que la magnitud presenta una raíz unitaria, con las implicaciones que esto tiene en su tratamiento estadístico. Sin embargo, cuando se analiza la serie aplicando los contrastes modificados (Perron y KPSSM_{it}) que incorporan una ruptura en julio de 1986, las conclusiones de ambos contrastes confirman la estacionariedad de la variable.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amano, R.A. y van Norden, S. (1992): "Unit-Root Tests and the Burden of Proof", International Department, Banco de Canadá.
- Andrews, D.W.K. (1991): "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", *Econometrica*, vol. 59, nº 3, pp. 817-858.

- Andrews, D.W.K. y Monahan, J.C. (1992): "An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", *Econometrica*, vol. 60, n° 4, pp. 953-966.
- Bai, J. y Perron, P. (1998): "Estimating and Testing Linear Models With Multiple Structural Changes", *Econometrica*, vol. 66, n° 1, pp. 47-78.
- Balke, N.S. y Fomby, T.B. (1991): "Shifting Trends, Segmented Trends, and Infrequent Permanent Shocks", *Journal of Monetary Economics*, vol. 28, n° 1, pp. 61-85.
- Banerjee, A.; Lumsdaine, R.L. y Stock, J.H. (1992): "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, n° 3, pp. 271-287.
- Bierens, H.J. y Guo, S. (1993): "Testing Stationarity and Trend Stationarity against the Unit Root Hypothesis", *Econometric Reviews*, vol. 12, n° 1, pp. 1-32.
- Burke, S.P. (1994): "Confirmatory Data Analysis: The Joint Application of Stationarity and Unit Root Tests", Discussion Paper n° 20, Universidad de Reading, UK.
- Charemza, W.W. y Syczewska, E.M. (1998): "Joint Application of the Dickey-Fuller and KPSS Tests", *Economics Letters*, vol. 61, n° 1, pp. 17-21.
- Cheung, Y-W. y Chinn, M.D. (1996): "Deterministic, Stochastic, and Segmented Trends in Aggregate Output: a Cross-Country Analysis", *Oxford Economic Papers*, vol. 48, n° 1, pp. 134-162.
- Christiano, J.L. (1992): "Searching for a Break in GNP", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, n° 3, pp. 237-250.
- Clemente, J.; Montañés, A. y Reyes, M. (1998): "Testing for a Unit Root in Variables With a Double Change in the Mean", *Economics Letters*, vol. 59, n° 2, pp. 175-182.
- Dickey, D.A. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, n° 366, pp. 427-431.
- Fondo Monetario Internacional (varios años): *International Financial Statistics*.
- Fuller, W.A. (1976): *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley, Nueva York.
- Hecq, A. y Urbain, J.P. (1993): "Misspecification Tests, Unit Roots and Level Shifts", *Economics Letters*, vol. 43, n° 2, pp. 129-135.
- Henricsson, R. y Lundbäck, E. (1995): "Testing the Presence and the Absence of PPP: Results for Fixed and Flexible Regimes", *Applied Economics*, vol. 27, n° 7, pp. 635-641.

- Herce, M. (1991): "Stationarity Tests for Time Series", Working Paper, Universidad de North Carolina en Chapel Hill.
- Hobijn, B.; Franses, P.H. y Ooms, M. (1998): "Generalizations of the KPSS-test for Stationarity", *Econometric Institute Report*, n° 9802/A, Erasmus University Rotterdam.
- Holden, D. y Perman, R. (1994): "Unit Roots and Cointegration for the Economist", en *Cointegration for the Applied Economist*, The MacMillan Press, Gran Bretaña.
- Kahn, A. y Ogaki, M. (1992): "A Consistent Test for the Null of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root", *Economics Letters*, vol. 39, n° 1, pp. 7-11.
- Kwiatkowski, D.; Phillips, P.C.B., Schmidt, P. y Shin, Y. (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. How Sure are we that Economic Time Series have a Unit Root?", *Journal of Econometrics*, vol. 54, n° 1-3, pp.159-178.
- Lee, D. y Schmidt, P. (1996): "On the Power of The KPSS test of Stationarity Against Fractionally-integrated Alternatives", *Journal of Econometrics*, vol. 73, n° 1, pp. 285-302.
- Lee, J. (1996): "Minimum Statistics Testing for Stationarity in the Presence of a Structural Change", Working Paper 97-W03, Department of Economics, Vanderbilt University.
- Lee, J., Huang, C.J. y Shin, Y. (1997): "On Stationarity Tests in the Presence of Structural Breaks", *Economics Letters*, vol. 55, n° 2, pp. 165-172.
- Leybourne, S.J. y McCabe, B.P.M. (1994): "A Consistent Test for a Unit Root", *Journal of Business and Economics Statistics*, vol. 12, n° 2, pp. 157-166.
- Lobato I.N. y Robinson P.M. (1998): "A Nonparametric Test for $I(0)$ ", *Review of Economic Studies*, vol. 65, n° 3, pp. 475-495.
- Lumsdaine, R.L. y Papell, D.H. (1997): "Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis", *The Review of Economics and Statistics*, vol. 79, n° 2, pp. 212-218.
- MacKinnon, J.G. (1991): "Critical Values for Cointegration Tests", en *Long-Run Economic Relationships*, Oxford University Press, Oxford.
- Maddala, G.S. y Kim, I. (1998): *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*, Cambridge University Press, Reino Unido.
- Montañés, A. (1996): "Efecto de una Ruptura Estructural sobre los Contrastes de Dickey-Fuller", *Revista Española de Economía*, vol. 13, n° 2, pp. 221-237.

- Montañés, A. (1997a): "Comportamiento Asintótico de los Contrastes de Dickey-Fuller en Variables con un Cambio en la Media", *Estadística Española*, vol. 39, nº 142, pp. 23-40.
- Montañés, A. (1997b): "Level Shifts, Unit Roots and Misspecification of the Breaking Data", *Economics Letters*, vol. 54, nº 1, pp. 7-13.
- Montañés, A. y Reyes, M. (1998): "Effect of a Shift in the Trend Function on Dickey-Fuller Unit Root Tests", *Econometric Theory*, vol. 14, nº 3, pp. 355-363.
- Morales, A. y Peruga, R. (2000): "Purchasing Power Parity: Error Correction Models and Structural Breaks", *Analistas Económicos de Andalucía*, DTAE 06/2000.
- Nabeya, S. y Tanaka, K. (1988): "Asymptotic Theory of a Test for the Constancy of Regression Coefficients against the Random Walk Alternative", *The Annals of Statistics*, vol. 16, nº 1, pp. 218-235.
- Newey, W.K. y West, K.D. (1994): "Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation", *Review of Economic Studies*, vol. 61, nº 4, pp. 631-653.
- Ng, S. y Perron, P. (1995): "Unit Root Tests in Autoregressive-Moving Average Models with Data Dependent Methods for the Truncation Lag", *Journal of the American Statistical Society*, vol. 90, nº 429, pp. 268-281.
- Park, J.Y. (1990): "Testing for Unit Roots and Cointegration by Variable Addition" en *Advances in Econometrics: Cointegration, Spurious Regressions and Unit Roots*, JAI Press, Greenwich.
- Park, J.Y. y Choi, B. (1988): "A new Approach to Testing for a Unit Root", Cornell University, *Mimeo*.
- Perron, P. (1989): "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, vol. 57, nº 6, pp. 1361-1401.
- Perron, P. (1990): "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 8, nº 2, pp. 153-162.
- Perron, P. (1994): "Trend, unit Root and structural Change in Macroeconomic Time Series", en *Cointegration for the Applied Economist*, The MacMillan Press Ltd., Gran Bretaña.
- Perron, P. (1997): "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables", *Journal of Econometrics*, vol. 80, nº 2, pp. 355-385.
- Perron, P. y Vogelsang, T.J. (1992a): "Nonstationarity and Level Shifts With an Application to Purchasing Power Parity", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, nº 3, pp. 301-320.

- Perron, P. y Vogelsang, T.J. (1992b): "Testing for a Unit Root in a Time Series With a Changing Mean: Corrections and Extensions", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, nº 4, pp. 467-471.
- Phillips, P.C.B. (1987): "Time Series Regression with a Unit Root", *Econometrica*, vol. 55, nº 2, pp. 277-301.
- Phillips, P.C.B. y Perron, P. (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, vol. 75, pp. 335-346.
- Phillips, P.C.B. y Solo, V. (1989): "Asymptotics for Linear Processes", Discussion Paper 932, Cowles Foundation, Yale University, New Haven.
- Presno, M.J. y López, A.J. (1998): "Cambios Estructurales en Series Económicas. Una Propuesta de Modificación del Test KPSS", *Documento de Trabajo 2/98 Hispalink-Asturias*.
- Presno, M.J. y López, A.J. (2001): "Estacionariedad en torno a un Nivel con Ruptura. un estudio de simulación", *Estudios de Economía Aplicada*, vol. 18, pp.189-208.
- Schlitzer, G. (1996): "Testing the Null of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root: an Application to the Italian Post-War Economy", *Applied Economics*, vol. 28, nº 3, pp. 327-331.
- Schwert, G. W. (1989): "Tests for Unit Roots: a Monte Carlo Investigation", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, nº 2, pp. 147-159.
- Sephton, P.S. (1995): "Response Surface Estimates of the KPSS Stationarity Test", *Economics Letters*, vol. 47, nº 3-4, pp. 255-261.
- Vogelsang, T.J. y Perron, P. (1998): "Additional Tests for a Unit Root Allowing for a Break in the Trend Function at an Unknown Time", *International Economic Review*, vol. 39, nº 4, pp. 1073-1100.
- Zivot, E. y Andrews, D.W.(1992): "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, nº 3, pp. 251-270.

ABSTRACT

The processing of economic series with structural changes entails many difficulties, referred to their stationarity analysis and their univariate modeling. In this paper we study some of the limitations of the stationarity analysis around a constant level when the considered time series is affected by a change in its mean. Due to these limitations a modified test is proposed, allowing the study of the hypothesis of stationarity around a level affected by an exogenous change. The proposed test (KPSSMm) is analysed under different situations showing a suitable behaviour. An empirical application of the KPSSMm test is also included, studying the monthly series of the nominal exchange rate between the French franc and the Danish kroner.

Key words: stationarity, structural change, KPSSMm test.