

## DECISIONES ECONÓMICAS (\*)

**Daniel McFadden<sup>(1)</sup>***Universidad de California, Berkeley*

Este discurso Nobel aborda el análisis microeconómico del comportamiento de elección que realizan los consumidores al enfrentarse a alternativas económicas discretas. Antes de los años sesenta, los economistas utilizaban la teoría del consumidor principalmente como una herramienta lógica para explorar conceptualmente las propiedades de organizaciones de mercado y de políticas económicas alternativas. Sin embargo, cuando la teoría fue aplicada empíricamente, se utilizaron datos de mercado o de contabilidad nacional. En estas aplicaciones, la teoría solía desarrollarse en términos de un *agente representativo* del comportamiento a nivel de mercado. Cuando las observaciones se desviaban de las implicadas por la teoría del agente representativo, las diferencias se recogían en una perturbación aditiva atribuida a errores de medida de los datos en lugar de a factores no observables dentro y entre agentes individuales. Expresado en términos estadísticos, la teoría tradicional del consumidor establecía restricciones estructurales sobre el comportamiento medio, pero la distribución de las respuestas en torno a su valor medio no se vinculaba a la teoría.

En los años sesenta, la creciente disponibilidad de datos de encuesta sobre el comportamiento individual, junto con la llegada de ordenadores digitales que podían analizar dichos datos, dirigieron la atención hacia las variaciones en la demanda entre los individuos. Cobraron importancia la explicación y la modelización de estas variaciones como parte de la teoría del consumidor, en lugar de como perturbaciones ad hoc. Esto fue especialmente cierto para elecciones discretas, como el modo de transporte o la ocupación. La solución a este problema ha dado lugar a las herramientas con las que contamos hoy en día para el análisis microeconómico del comportamiento de elección. En primer lugar, repasaré brevemente la historia del desarrollo de esta materia, contextualizan-

---

(\*) Versión revisada de la conferencia impartida por Daniel McFadden el 8 de diciembre de 2000 en Estocolmo, cuando recibió con James J. Heckman, el premio en Ciencias Económicas del Banco de Suecia en memoria de Alfred Nobel.

Este artículo es copyright © The Nobel Foundation y se publica con permiso del autor y de la Fundación Nobel. La traducción ha sido realizada por Eva de Paz y Javier Mato.

(1) Gran parte de las publicaciones del autor citadas en este texto pueden consultarse en <http://elsa.berkeley.edu/~mcfadden>.

do mis propias contribuciones. Después, profundizaré con más detalle en los avances de la teoría económica de la elección y en las modificaciones de esta teoría que se están produciendo forzosamente a causa de pruebas experimentales procedentes de la psicología cognitiva. Finalmente, concluiré con un repaso de los métodos estadísticos que se han desarrollado dentro del programa de investigación sobre el comportamiento económico de la elección.

La ciencia es una empresa cooperativa y mi trabajo sobre el comportamiento de elección no solamente refleja mis propias ideas, sino también los resultados del intercambio y la colaboración con otros muchos expertos<sup>2</sup>. En primer lugar, por supuesto, se encuentra mi co-laureado James Heckman, quien, entre sus muchas contribuciones, ha sido el pionero en la importante área del análisis dinámico de las elecciones discretas. Otras nueve personas que también han desempeñado un papel fundamental en el encauzamiento de la microeconomía y la teoría de la elección hacia sus formas modernas, y que han ejercido una fuerte influencia en mi propio trabajo, han sido Zvi Griliches, L. L. Thurstone, Jacob Marschack, Duncan Luce, Amos Tversky, Danny Kahneman, Moshe Ben-Akiva, Charles Manski y Kenneth Train. Deseo realizar una mención especial a Griliches, Marschack y Tverski, a quienes la muerte robó sus oportunidades de ganar el Premio Nobel.

## 1. UN POCO DE HISTORIA

La teoría económica clásica postula que los consumidores pretenden maximizar su propio interés y que éste goza de unas propiedades de consistencia ampliamente definidas en las diferentes decisiones. Hasta cierto punto, la teoría es prácticamente tautológica, como muestra esta descripción extraída de un manual de Frank Taussig (1912):

Un objeto no puede tener ningún valor a menos que tenga una utilidad. Nadie dará nada por un bien que no le reporte alguna satisfacción. Es cierto que, a veces, las personas se comportan de manera insensata y compran cosas, como hacen los niños, para satisfacer una ilusión momentánea; sin embargo, al menos en ese momento piensan en que existe un deseo que satisfacer.

El concepto del comportamiento del consumidor racional adquirió un significado mucho más específico en el perfeccionamiento de la teoría clásica realizado por John Hicks y Paul Samuelson, donde el interés propio se define en términos de preferencias estables e innatas y, en palabras de Herbert A. Simon (1978), "El hombre racional de la economía es un maximizador que no se va a conformar con nada que no sea lo mejor."

---

(2) Cualquier referencia a mis aportaciones a la economía debe incluir a Leo Hurwicz, John Chipman, Marc Nerlove y Hirofumi Uzawa, quienes me introdujeron en este campo y me enseñaron la mayor parte de lo que sé.

Los teóricos consideraron la heterogeneidad de las preferencias, pero esta complicación fue ignorada en los estudios empíricos de demanda de mercado donde se emplea el recurso del consumidor representativo. Un consumidor cuyas preferencias estén representadas por una función de utilidad  $U(\mathbf{x})$  de un vector  $\mathbf{x}$  de niveles de consumo de varios bienes, maximizaría esta utilidad sujeta a una restricción presupuestaria  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq a$ , donde  $\mathbf{p}$  es un vector de precios y  $a$  son los ingresos, con una función de demanda  $\mathbf{x} = \mathbf{d}(a, \mathbf{p})$ . Se asumía que esta estructura se mantendría a escala de mercado, con una perturbación  $\varepsilon$  añadida que representa las discrepancias en los datos observados,  $\mathbf{x} = \mathbf{d}(a, \mathbf{p}) + \varepsilon$ . Esta perturbación se interpretó como un error en la medición de  $\mathbf{x}$  o bien como resultado de errores cometidos por el consumidor en la optimización. Sólo la demanda representativa  $\mathbf{d}(a, \mathbf{p})$  contó con restricciones impuestas por la teoría del consumidor.

La disponibilidad creciente de datos microeconómicos en los años sesenta llevó a los econométricos a poner más cuidado en la especificación del comportamiento del agente individual. En 1957, Zvi Griliches señaló que los elementos aleatorios que aparecían en las restricciones o en los objetivos de los agentes económicos producirían trastornos en el comportamiento observado, cuyas propiedades dependían de su origen y de si eran conocidos para los agentes (Griliches, 1957; Yair Mundlak, 1963; Griliches y Vidar Ringstad, 1970). Comencé a trabajar sobre estos problemas en el año 1962, en un estudio de funciones de producción para la electricidad (Melvyn Fuss et al., 1978; McFadden 1978a).

En 1965, una estudiante de postgrado de Berkeley llamada Phoebe Cottingham me pidió ayuda para analizar los datos de su tesis sobre la elección del trazado de las autopistas por parte del Departamento de Autopistas de California. El problema era el de idear un modelo de toma de decisiones económicas manejable desde el punto de vista computacional y que proporcionara probabilidades de elección  $P_C(i)$  para las alternativas  $i$  en un conjunto factible y finito  $C$ . Yo conocía el trabajo de los psicólogos sobre el comportamiento en las elecciones discretas, lo que parecía un punto de partida prometedor.

En un artículo seminal sobre discriminación psicofísica, L. L. Thurstone (1927) introdujo la *Ley del Juicio Comparativo*, en la que la alternativa  $i$  con un nivel verdadero de estímulo  $V_i$  se percibe con un error normal como  $V_i + \sigma \varepsilon_i$ . Así, la probabilidad de elección para una comparación pareada satisfacía la expresión:  $P_{\{1,2\}}(1) = \Phi((V_1 - V_2)/\sigma)$ , una forma que en la actualidad recibe el nombre de modelo probit binomial. Cuando los estímulos percibidos  $V_i + \varepsilon_i$  se interpretan como niveles de satisfacción o utilidad, esto puede interpretarse como un modelo de elección económica. El trabajo de Thurstone fue introducido en economía por Jacob Marschak (1960), quien exploró las consecuencias teóricas para las probabilidades de elección de la maximización de utilidades que contenían elementos aleatorios. Marschak denominó a esto el modelo de Maximización de la Utilidad Aleatoria (*Random Utility Maximization*, RUM).

Un celebrado estudio del comportamiento de elección realizado por R. Duncan Luce (1959) introdujo el axioma de la Independencia de Alternativas Irrelevantes (IAI) que simplificaba la recopilación experimental de

datos de elección, permitiendo deducir las probabilidades de elección múltiple a partir de experimentos de elección binaria. El axioma IAI determina que el cociente de las probabilidades de elección para las alternativas  $i$  y  $j$  es el mismo para cada conjunto de elección  $C$  que incluya tanto a  $i$  como a  $j$ . Por ejemplo,  $P_C(i)/P_C(j) = P_{\{i,j\}}(i)/P_{\{i,j\}}(j)$ <sup>3</sup>. Luce demostró que para probabilidades positivas la IAI implica *utilidades estrictas*  $w_i$ , tales que  $P_C(i) = w_i / \sum_{k \in C} w_k$ . Marschak comprobó para un universo finito de objetos, que el axioma IAI implica la Maximización de la Utilidad Aleatoria (RUM).

Mi propuesta para la investigación de Cottingham fue una versión econométrica del modelo de Luce en la que las utilidades estrictas se especificaban como funciones de atributos observados de las alternativas de trazado de las autopistas,

$$P_C(i) = \exp(V_i) / \sum_{k \in C} \exp(V_k) \quad (1)$$

En esta fórmula,  $V_k$  era una *utilidad sistemática* que tomé como función lineal de atributos medidos de la alternativa  $k$ , como el coste de la construcción, la longitud del trazado y las áreas de parques y espacio abierto tomadas, con coeficientes que reflejaban los gustos de quienes tomaban las decisiones, siendo  $C$  un conjunto finito que contenía las alternativas de elección factibles. Denominé a esto *modelo logit condicional*, ya que en el caso de la elección binaria se reducía al modelo logístico utilizado en bioestadística, y en el caso múltiple podría interpretarse como la distribución condicional de la demanda dado el conjunto factible de alternativas de elección  $C$ . Hoy en día, (1) se conoce más como *modelo logit multinomial* (MNL), de modo que utilizaré esta terminología. Desarrollé un programa informático para estimar el modelo MLM por máxima verosimilitud, una tarea poco trivial en aquel tiempo, y Cottingham terminó su tesis antes de que el programa entrara en funcionamiento (Cottingham, 1966). Sin embargo, con el tiempo pude utilizar el modelo para analizar sus datos (McFadden 1968, 1976).

La caracterización de las alternativas en el modelo MLM en términos de sus atributos "hedónicos" era algo natural para este problema, y seguía la tradición psicométrica de expresar las alternativas en términos de estímulos físicos. En la teoría empírica del consumidor esto supuso una implementación temprana de la formulación hedónica del problema del consumidor desarrollada por Griliches (1961) y Kevin Lancaster (1996).

Como parte de mi desarrollo del modelo MNL realicé una investigación más detallada sobre sus fundamentos de RUM. Demostré que el modelo de Luce era consistente con un modelo RUM con unas perturbaciones aditivas independientes e idénticamente distribuidas si y sólo si estas perturbaciones tenían una distribución llamada de "Valor Extremo" Tipo I. Anteriormente, y trabajando de forma independiente, Tony Marley había demostrado la suficiencia (Luce y Pat Suppes, 1965). Ket Richter y yo también creamos una condición general necesaria y suficiente para

(3) El axioma también puede representarse como  $P_C(i) = P_A(i) \cdot P_C(A)$  para  $i \in A \subset C$ , una variante que permite que algunas alternativas tengan una probabilidad cero de ser elegidas.

que las probabilidades de elección fueran consistentes con la RUM, un *Axioma de Preferencia Estocástica Revelada*: las probabilidades de elección son consistentes con la RUM única y exclusivamente si, para cualquier secuencia finita de acontecimientos  $(C_k, i_k)$ , donde  $C_k$  es un conjunto de alternativas factibles e  $i_k$  es una elección, la suma de las probabilidades de elección no excede al número máximo de dichos acontecimientos que son consistentes con un único orden de preferencia (McFadden y Marcel K. Richter, 1970, 1990).

Visto como un modelo estadístico de respuesta discreta, el modelo MNL supuso una contribución pequeña y, en retrospectiva, obvia para el análisis microeconómico, aunque haya tenido tantas aplicaciones. La razón de que mi formulación del modelo MNL haya recibido más atención que otros que fueron desarrollados independientemente durante la misma década parece ser la relación directa que establecí con la teoría del consumidor, vinculando la heterogeneidad de las preferencias no observada con una descripción completamente consistente de la distribución de las demandas (McFadden, 1974a).

Tuve la posibilidad de llevar a cabo aplicaciones adicionales del análisis de elección discreta durante una visita al Massachusetts Institute of Technology en 1970. En ese momento, Peter Diamond y Robert Hall habían desarrollado un modelo representativo del consumidor, de utilidad separable y con presupuestación en varias etapas, para el conjunto de decisiones del consumidor sobre el transporte, incluyendo la elección del transporte colectivo, la frecuencia, el tiempo y el destino de los viajes de compras. Fui invitado a poner en marcha su modelo, de modo que pudiera ser calculado con datos sobre el comportamiento individual en desplazamientos. Lo llevé a cabo utilizando una versión anidada del modelo MNL, con niveles anidados correspondientes a la estructura de utilidad separable, y con valores inclusivos que transmiten el impacto de las decisiones a niveles inferiores hacia los niveles superiores, del mismo modo que los subpresupuestos se transmiten a través de problemas presupuestarios en varias etapas (McFadden, 1974b; Thomas Domencich y McFadden, 1975). Mi tratamiento de los valores inclusivos fue acertado, pero Moshe Ben-Akiva (1972) descubrió una fórmula exacta superior para valores inclusivos, utilizando lo que se ha conocido como la *fórmula log sum*.

A partir de 1972 organicé un importante proyecto de investigación en Berkeley, con el apoyo de la National Science Foundation, con el fin de crear herramientas para la planificación del transporte basada en el análisis microeconómico de las decisiones de viaje individuales. Entre los participantes se encontraban Kenneth Train y Charles Manski. Como un experimento lógico para analizar y perfeccionar los modelos anidados MNL y otros modelos RUM empíricos, mi grupo de investigación y yo estudiamos el impacto del llamado BART, un nuevo sistema de transporte rápido por tren construido en el Área de la Bahía de San Francisco. Recopilamos datos sobre desplazamientos de una muestra de personas en 1972, antes de la introducción del BART, y estimamos modelos que después se utilizaron para predecir el comportamiento de las mismas personas en 1975, tras la entrada en funcionamiento del BART. En el Cuadro 1 se resumen los resultados del desplazamiento hasta el lugar de trabajo.

**Cuadro 1**  
**RESULTADOS DE LAS PREDICCIONES**  
**SOBRE DESPLAZAMIENTOS AL LUGAR DE TRABAJO**  
**(MODELO PRE-BART Y ELECCIONES POST-BART)**

| Frecuencias                   | Elecciones esperadas |                      |             |             |            |
|-------------------------------|----------------------|----------------------|-------------|-------------|------------|
|                               | Automóvil individual | Automóvil compartido | Autobús     | BART        | Total      |
| Elecciones reales             |                      |                      |             |             |            |
| Automóvil individual          | 255,1                | 79,1                 | 28,5        | 15,2        | 378        |
| Automóvil compartido          | 74,7                 | 37,7                 | 15,7        | 8,9         | 137        |
| Autobús                       | 12,8                 | 16,5                 | 42,9        | 4,7         | 77         |
| BART                          | 9,8                  | 11,1                 | 6,9         | 11,2        | 39         |
| <b>Total</b>                  | <b>352,4</b>         | <b>144,5</b>         | <b>94,0</b> | <b>40,0</b> | <b>631</b> |
| Cuota esperada (porcentaje)   | 55,8                 | 22,9                 | 14,9        | 6,3         |            |
| (Error estándar) (porcentaje) | (11,4)               | (10,7)               | (3,7)       | (2,5)       |            |
| Cuota real (porcentaje)       | 59,9                 | 21,7                 | 12,2        | 6,2         |            |

En este cuadro se evalúa un modelo MNL estimado con datos de viaje anteriores al BART, con los atributos de las alternativas, incluyendo la nueva alternativa BART, que estaban disponibles para cada uno de los 631 sujetos encuestados tras su entrada en funcionamiento. Los valores de las celdas representan las sumas de las probabilidades esperadas para los individuos de la muestra, clasificados por su elección real post-BART. Los errores estándar de las cuotas previstas se calculan teniendo en cuenta la precisión de las estimaciones de los parámetros del modelo.

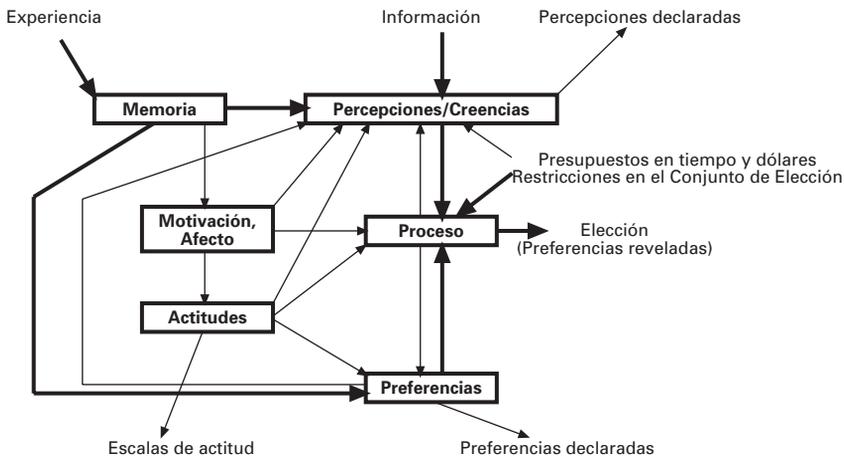
Se produjeron algunos errores sistemáticos en nuestras predicciones. Sobrevaloramos la disposición a utilizar el BART e infravaloramos la disposición a conducir solo. Visto en retrospectiva, los métodos que utilizamos para asignar un efecto específico a la alternativa del nuevo modo BART, y teniendo en cuenta la sustitución entre modos, fueron muy inferiores a los métodos de modelización y de investigación de mercados que se utilizan en la actualidad. Sin embargo, nuestras predicciones generales para el BART fueron bastante acertadas, en especial si se comparan con la previsión oficial de 1973 que, obtenida con modelos agregados de gravedad, pronosticaba para BART el 15 por ciento de los desplazamientos colectivos. Fuimos afortunados de estar tan acertados, dados los errores estándar de nuestras previsiones, pero, incluso excluyendo el factor suerte, nuestro estudio proporcionó evidencia sólida de que los modelos desagregados basados en la RUM podrían superar a los métodos convencionales. Nuestros procedimientos también fueron más sensibles a las decisiones operativas de política a las que se enfrentan los planificadores del transporte. Sobre la base de nuestra investigación y de otros estudios acerca de la eficacia del análisis de la demanda de viaje basado en la RUM, el uso de estos métodos para la planificación del transporte se ha generalizado en todo el mundo. En McFadden et al. (1977) y McFadden (1978b) pueden encontrarse más detalles sobre nuestra investigación. Las claras similitudes entre el problema de la demanda de viaje y aplicaciones

como las decisiones en educación y ocupación, la demanda de bienes de consumo y las decisiones de localización, han llevado a la adopción de estos métodos en una variedad de estudios sobre el comportamiento de la elección, tanto de consumidores como de empresas.

## 2. REFINAMIENTOS DEL ANÁLISIS ECONÓMICO DE LA ELECCIÓN

En una conferencia sobre la elección celebrada en París en 1998, un grupo de trabajo (Ben-Akiva et al., 1999) expuso los elementos de una visión contemporánea de la teoría de la elección, de lo cual puede verse una adaptación en el Gráfico 1. La figura describe una tarea de toma de decisión en una secuencia de por vida, donde la información y las elecciones previas, que operan a través de la experiencia y de la memoria, proporcionan un contexto para el problema actual de la decisión, cuyos resultados van a influir, a su vez, en los problemas futuros de decisión. Las flechas más gruesas en esta figura coinciden con el *modelo estándar* del proceso de elección de los economistas, una teoría de la elección racional en la que los individuos recopilan información sobre alternativas, utilizan las reglas de la probabilidad para transformar esta información en atributos percibidos, y después atraviesan un proceso cognitivo que puede representarse como una agrupación de los niveles de atributos percibidos en un índice de utilidad estable y unidimensional que después se maximiza. Las flechas más finas del diagrama corresponden a factores psicológicos que se introducen en la toma de decisiones y que veremos más adelante. Los conceptos de *percepción*, *preferencia* y *proceso* aparecen tanto en la visión económica como en la psicológica, si bien con perspectivas diferentes acerca de su funcionamiento.

**Gráfico 1**  
**EL PROCESO DE ELECCIÓN**



## A. Fundamentos

El núcleo principal del modelo estándar o racional de la economía es la idea de que los consumidores pretenden maximizar sus preferencias innatas y estables sobre las cantidades y atributos de los productos que consumen. Esto se produce incluso si existen pasos intermedios en los que las *materias primas* son transformadas por el individuo para producir *satisfacciones*, que son la fuente directa de utilidad; por ejemplo, el viaje es una necesidad para la actividad laboral, e ir de compras es un input para la producción familiar. Un rasgo importante de la teoría es la propiedad de la *soberanía del consumidor*, según la cual las preferencias están predeterminadas en cualquier situación de elección y no dependen de las alternativas disponibles. En otras palabras, el *deseo precede a la disponibilidad*.

El modelo estándar tiene cierta inspiración biológica. Las preferencias se determinan a partir de una *estructura de gustos* codificada genéticamente. El modelo permite que la experiencia influya en el modo en que se expresan las preferencias coherentes con dicha estructura de gustos. Sin embargo, la mayoría de las aplicaciones del modelo estándar dejan de lado la dependencia de la experiencia; gran parte del poder de este modelo reside en su capacidad para explicar la mayoría de las muestras de comportamiento económico *sin* que haya que tener en cuenta la experiencia o las percepciones.

La formulación original de la RUM como hipótesis de comportamiento comenzó con el modelo estándar, con una aleatoriedad atribuida a la heterogeneidad no observada en gustos, experiencia e información sobre las características de las alternativas. El establecimiento de parámetros para la función de utilidad y la distribución de los factores aleatorios proporcionó modelos paramétricos para las probabilidades de elección, condicionadas por los atributos observados de las alternativas y por las características de quien toma la decisión. El modelo MNL resulta un ejemplo válido, pues es útil para revisar esta derivación de la explicación de la RUM del comportamiento de elección, examinando cuidadosamente el significado de sus elementos fundamentales y el alcance y las limitaciones de los modelos resultantes. Creo que esto es especialmente acertado para los analistas que desean combinar los datos económicos de mercado con datos experimentales sobre preferencias, o para quienes quieren aportar efectos cognitivos y psicométricos ignorados en el modelo estándar.

En el modelo estándar los consumidores muestran sus preferencias sobre los niveles de consumo de bienes y ocio. Cuando los bienes tienen atributos hedónicos, las preferencias se definen para incorporar las percepciones subjetivas del consumidor acerca de estos atributos. Las preferencias expresadas de los consumidores dependen de sus gustos, experiencia y características personales, incluyendo tanto los componentes observados como los no observados. Unas condiciones de regularidad generales, nos permiten representar las preferencias mediante una función de utilidad, continua y con valores reales, de las características del consumidor, además de los niveles de consumo y

los atributos de los bienes. Los consumidores muestran heterogeneidad en características no observadas como su estructura de gustos y los mecanismos que emplean para formar sus percepciones. Supondré que las características no observadas varían continuamente con las características observadas de un consumidor. Por ejemplo, los gustos y las percepciones de un individuo cambian suavemente con la edad mientras no se produzcan cambios sustanciales en las características observadas. Técnicamente, se trata del supuesto de que las características no observadas sean un *campo aleatorio continuo* condicionado por las características observadas. Una consecuencia de este supuesto es que la distribución condicional de las características no observadas, será una función continua de las características observadas. Este supuesto no es muy restrictivo y básicamente puede convertirse en realidad por construcción.

Una restricción importante que la soberanía del consumidor impone a la distribución condicional de las características no observadas del consumidor es que ésta no puede depender de variables económicas *actuales* como el ingreso no salarial, la tasa salarial y los precios de los bienes. Estas variables actúan sobre la factibilidad a través del presupuesto del consumidor, pero se excluye su influencia sobre los gustos. Sin embargo, la distribución condicional puede depender del *historial* económico y de decisiones del individuo, mediante la actuación de la experiencia sobre la expresión de preferencias. Bajo unas condiciones de regularidad generales, el campo aleatorio de características no observadas del consumidor puede expresarse como una transformación continua de un campo aleatorio *uniforme* continuo. Es una extensión de un resultado elemental de la teoría de la probabilidad que una variable aleatoria univariante  $Y$  con distribución  $F$  pueda expresarse casi con toda seguridad como  $Y=F^{-1}(v)$ , siendo  $v$  una variable aleatoria uniforme  $(0, 1)$ . Esta transformación puede entonces incluirse en la definición de la función de utilidad, de modo que la dependencia de la función de utilidad respecto a las características no observadas del consumidor puede representarse canónicamente como una función continua de un vector aleatorio distribuido uniformemente.

Voy a considerar la elección discreta que se realiza entre conjuntos factibles que contienen un número finito de alternativas mutuamente excluyentes y exhaustivas que están caracterizadas por sus atributos observados, mientras otros aspectos del comportamiento del consumidor se producen en segundo plano. Supongamos por un momento que se asigna al consumidor una alternativa discreta específica. Dada esta alternativa y dados el ingreso no salarial neto del coste de la alternativa, la tasa salarial y los precios de los bienes, el consumidor elegirá los niveles de ocio y consumo de los bienes restantes para maximizar su utilidad bajo restricciones de presupuesto y de tiempo. El nivel de utilidad alcanzado es, entonces, una función de los atributos de la alternativa discreta, las características observadas del consumidor, un vector aleatorio uniformemente distribuido que recoge las características no observadas del consumidor, y las variables económicas que determinan la limitación en el presupuesto: el ingreso no salarial neto, la tasa salarial y los precios de los bienes. La teoría de la optimización implica que se trata de una fun-

ción de utilidad indirecta con las propiedades de que tiene un gráfico cerrado y es cuasi convexa y homogénea de grado cero en las variables económicas, y creciente con el ingreso no salarial neto. Bajo unas condiciones bastante generales, es posible requerir que la función de utilidad indirecta sea convexa, en lugar de cuasi convexa, en las variables económicas. El último paso en la aplicación del modelo estándar a la elección discreta es requerir que la elección del consumidor entre las alternativas factibles maximice la utilidad condicional indirecta.

La forma funcional de la función de utilidad canónica indirecta dependerá de la estructura de las preferencias, incluyendo la relación entre bienes y ocio como ingreso no salarial o el cambio en la tasa salarial, la función de la producción familiar a la hora de determinar cómo se combinan los bienes para satisfacer necesidades, y las propiedades de separación de las preferencias. La formulación original del modelo de RUM para las aplicaciones en la demanda de viaje, que data de 1970, se adecuaba a este marco, en alguna variante de la forma

$$U=V+\eta, \text{ donde} \quad (2)$$

$$V=[\alpha \cdot (a-c)/w - \beta \cdot t] \cdot w^\theta + z(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \cdot \gamma$$

En esta fórmula,  $a$  es un ingreso no salarial,  $c$  es el coste de la alternativa,  $w$  es la tasa salarial, expresando todas ellas ( $a$ ,  $c$ ,  $w$ ) en términos reales con los precios de otros bienes implícitos;  $t$  es el tiempo requerido por la alternativa,  $\mathbf{x}$  es un vector de otros atributos observados de la alternativa,  $\mathbf{s}$  es un vector de características observadas del consumidor, y  $z(\mathbf{x}, \mathbf{s})$  es un vector de funciones establecidas previamente de los argumentos. Además ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) son parámetros y  $\theta$  determina la elasticidad de la demanda de ocio, que se suele suponer cero o uno, si bien puede ser un parámetro en (0, 1) correspondiente a una especificación Stone-Geary para la utilidad sistemática (McFadden y Kenneth Train, 1978). Por su parte,  $\eta$  es una perturbación aditiva que resume los efectos de las características no observadas del consumidor. Cuando  $\eta = -\log(-\log(\epsilon))$  y  $\epsilon$  está uniformemente distribuido y es independiente en las alternativas, las perturbaciones son idénticamente distribuidas según el modelo del valor extremo y conduce a un modelo MNL (1) en el que la utilidad sistemática tiene la forma (2) para cada  $k \in C$ .

Una pregunta que puede formularse en retrospectiva es el grado de restricción que presenta esta especificación y en qué medida puede modificarse para albergar un comportamiento más general acorde con la RUM. La respuesta es que tanto la dependencia lineal de la utilidad sistemática en las variables económicas, como el supuesto de su distribución que proporciona la propiedad  $|A|$ , son bastante especiales. Mientras que el modelo funciona adecuadamente como aproximación empírica en, sorprendentemente, muchas aplicaciones, implica un patrón uniforme de sustitución entre alternativas que puede no ser plausible desde el punto de vista de la conducta. Se ha desarrollado una serie de familias de modelos más flexibles y más o menos tratables, con una dependencia más general de variables explicativas y/o distribuciones de las no observables, que permiten patrones más generales de sustitución entre alternativas.

### B. Modelos para probabilidades de elección consistentes con la RUM

El modelo MNL ha demostrado contar con una vasta aplicabilidad empírica, pero como modelo teórico de comportamiento de elección, las restricciones de su propiedad IAI le hacen poco satisfactorio. Algunos ejemplos de John Chipman (1960) y Gerard Debreu (1960), que más adelante se elaboraron como el caso "autobús rojo, autobús azul" en las aplicaciones al transporte, muestran que en ocasiones podemos esperar que este modelo fracase. Por este motivo se han desarrollado los modelos *MNL Anidados*, los modelos de *valor extremo generalizado* (GEV) y los modelos *probit multinomiales* (MNP), para aliviar las propiedades restrictivas del modelo MNL sencillo. Estos modelos suelen ser muy útiles, si bien continúan siendo restrictivos en el sentido de que las versiones tratables apenas pueden representar todo el comportamiento consistente con la RUM. Una familia muy flexible de modelos de elección discreta consistente con la RUM son los modelos de parámetros aleatorios o modelos logit multinomial mixto (MMNL).

Los modelos GEV fueron introducidos en McFadden (1978b), donde se estableció su consistencia con la RUM. Definamos una *función generadora GEV*  $H(w_1, \dots, w_J)$  que sea una función homogénea lineal no negativa de  $\mathbf{w} \geq 0$ , con la propiedad de que  $H$  tiende a  $+\infty$  cuando cualquier argumento tiende a  $+\infty$  y con derivadas parciales mixtas que oscilan en signo, con derivadas no negativas mixtas impares. Entonces,  $F(\eta_1, \dots, \eta_J) = \exp(-H(e^{\eta_1}, \dots, e^{\eta_J}))$  es una función de distribución conjunta cuyas marginales unidimensionales son distribuciones de valor extremo. Consideremos un modelo de RUM  $u_i = V_i + \eta_i$  para un conjunto de alternativas  $C = \{1, \dots, J\}$ , donde  $\eta$  tienen esta distribución. Entonces,  $E \max_i u_i = \log(H(e^V, \dots, e^V)) + \xi$ , donde  $\xi = 0.57721\dots$  es la constante de Euler. Las probabilidades de elección de RUM vienen dadas por las derivadas de esta esperanza, con la forma explícita:

$$P_C(i) = e^V H_i(e^V, \dots, e^V) / H(e^V, \dots, e^V) \quad (3)$$

Un ejemplo de una función generadora GEV es la función lineal  $H = w_1 + \dots + w_J$ , que proporciona el modelo MNL. Unos modelos GEV más complejos se obtienen de la aplicación reiterada del siguiente resultado: si los conjuntos  $A, B$  satisfacen  $A \cup B = C$ , y  $\mathbf{w}_A, \mathbf{w}_B$  y  $\mathbf{w}_C$  son los subvectores correspondientes de  $(w_1, \dots, w_J)$ , si  $H^A(\mathbf{w}_A)$  y  $H^B(\mathbf{w}_B)$  son funciones generadoras GEV en  $\mathbf{w}_A$  y  $\mathbf{w}_B$ , respectivamente, y si  $s \geq 1$ , entonces  $H^C(\mathbf{w}_C) = H^A(\mathbf{w}_A^s)^{1/s} + H^B(\mathbf{w}_B)$  es una función generadora GEV en  $\mathbf{w}_C$ . El parámetro  $1/s$  se denomina *coeficiente de valor inclusivo*. Los modelos *MNL Anidados* se definen aplicando este procedimiento recursivo repetidamente sobre conjuntos  $A$  y  $B$  no superpuestos, y el argumento muestra que son consistentes con la RUM.

Las mixturas de modelos de elección consistentes con la RUM son también consistentes con la misma RUM. Por ejemplo, si  $H(w_1, \dots, w_J, \alpha)$  es una familia de funciones generadoras GEV condicionada por parámetros  $\alpha$  que determinan una estructura anidada, pesos y valores inclusivos, y si se tiene una distribución en función de  $\alpha$  que no depende de variables económicas, entonces el modelo de RUM  $u_i = V_i + \eta_i$  con  $F(\eta_1, \dots, \eta_J) = E_\alpha \exp(-H(e^{\eta_1}, \dots, e^{\eta_J}; \alpha))$  tiene  $E \max_i u_i = E_\alpha \log(H(e^V, \dots, e^V; \alpha)) + \xi$  y probabilidades de elección que

satisfacen  $P_C(i) = \partial(E_\alpha \max_i u_i) / \partial V_i = E_\alpha e^{V_i} H_i(e^{V_1}, \dots, e^{V_j}; \alpha) / H(e^{V_1}, \dots, e^{V_j}; \alpha)$ . Algunas útiles especificaciones prácticas de la familia GEV se encuentran en McFadden, (1981), Kenneth Small (1987) y C. R. Bhat (1998).

Un enfoque diferente que estableció la consistencia de una importante familia de modelos MNL con la RUM fue elaborado por H.W.C.L. Williams (1977) y Andrew Daly y Stan Zachary (1979). La formulación Williams-Daly-Zachary estableció dos resultados que tienen una aplicación más general. En primer lugar, mostraron que una variable aleatoria  $X$  con distribución de valor extremo puede expresarse como la suma de dos variables independientes  $Y$  y  $Z$ , donde  $Z$  también tiene una distribución de valor extremo, si y sólo si el factor de escala para  $X$  es, al menos, tan grande como el factor de escala para  $Z$ . En segundo lugar, mostraron de forma efectiva que en la familia de los modelos de RUM con un término de ingreso no salarial lineal aditivo, la utilidad máxima esperada se comporta como una función de utilidad indirecta de "consumidor representativo", con la propiedad de que sus derivadas respecto del precio son proporcionales a las probabilidades de elección. Un modelo anidado MNL sin ningún efecto renta tiene la propiedad de que sus probabilidades de elección vienen determinadas por derivadas de su valor inclusivo máximo. Así, se puede afirmar que un modelo anidado MLM es consistente con la RUM si, para restricciones de rango adecuado sobre los coeficientes de valor inclusivos, su valor inclusivo máximo satisface las condiciones de curvatura necesarias y suficientes para una función de utilidad indirecta. Las pruebas de estos resultados pueden consultarse en McFadden (1981) y McFadden y Train (2000).

Las familias de modelos de elección del valor extremo generalizado evitan algunas restricciones de IAI, pero no pueden representar todo el comportamiento, consistente con la RUM. El modelo MNP, obtenido de un modelo de RUM con perturbaciones normales aditivas que tienen una estructura de covarianza general, es bastante flexible, pero sus probabilidades de elección suelen tener que expresarse como integrales de varias variables que requieren una integración numérica. Se requieren restricciones especiales como las estructuras de covarianza de análisis factorial para que estos modelos sean manejables (McFadden, 1981, 1984). Sin embargo, los métodos de estimación basados en la simulación, que se analizan más adelante, han mejorado nuestra capacidad para llevar a cabo aplicaciones con formas bastante generales de estos modelos.

Recientemente, McFadden y Train (2000) han establecido una representación aproximada *mixta MNL* (MMNL) de cualquier probabilidad de elección regular consistente con la RUM que resulta relativamente sorprendente y práctica. Comience con la representación canónica del modelo estándar antes descrita e introduzca el supuesto poco restrictivo de que la clase de todos los conjuntos factibles es un compacto. Altere las funciones de utilidad indirecta canónicas añadiendo unas perturbaciones independientes de Valor Extremo Tipo I, ordenadas de tal forma que la probabilidad de que las funciones de utilidad indirectas originales y modificadas cambien el orden de las alternativas sea muy pequeña. Es más, aproxime la utilidad indirecta canónica de modo uniforme mediante un

polinomio Bernstein-Weierstrass en los argumentos observados y el vector distribuido uniformemente de características no observadas<sup>4</sup>. Esto puede hacerse nuevamente de modo que la probabilidad de que la aproximación cambie el orden de preferencia sea muy pequeña. Condiciónese por el vector aleatorio uniforme que interviene en la función de utilidad y después integre respecto a este vector para obtener el MMNL:

$$P_C(i) = \int_0^1 \dots \int_0^1 \frac{e^{\mathbf{Z}_j \cdot \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\varepsilon})}}{\sum_{j \in C} e^{\mathbf{Z}_j \cdot \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\varepsilon})}} \cdot d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

En esta fórmula,  $\boldsymbol{\alpha}$  es un vector de funciones polinómicas del vector aleatorio uniforme  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , y  $\mathbf{Z}_j$  son vectores de funciones polinómicas de características observadas del consumidor y atributos observados de la alternativa  $j$ . Se produce inmediatamente de su derivación que cada MMNL de la forma (4) es consistente con la RUM, siempre y cuando las funciones  $\mathbf{Z}_j \cdot \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\varepsilon})$  sean funciones de utilidad indirectas para cada  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . El modelo (4) tiene la interpretación de un modelo MNL de la forma habitual lineal en los parámetros en la que se permite que los parámetros varíen aleatoriamente, y en la que se admite una definición flexible de la utilidad sistemática de una alternativa introduciendo una aproximación en serie de los atributos observados de la alternativa, en interacción con características observadas de quien toma la decisión. En principio, los errores de aproximación de esta formulación pueden ser acotados y el orden del polinomio necesario para alcanzar el nivel deseado de precisión puede determinarse por adelantado. Sin embargo, las cantidades que requiere esta estimación no suelen estar disponibles en las aplicaciones, de modo que es preferible utilizar un método adaptable o de validación cruzada con el fin de determinar un punto de parada de la aproximación. Las restricciones de forma requeridas en  $\mathbf{Z} \cdot \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\varepsilon})$  son más fáciles de imponer componente a componente, con restricciones de signo en los componentes correspondientes a  $\boldsymbol{\alpha}$ . Teóricamente, es posible seleccionar una base de modo que esto pueda realizarse sin perder la propiedad de aproximación uniforme, pero se ha realizado de forma constructiva sólo para una y dos dimensiones (George Anastassiou y Xiang Yu, 1992; Lubomir Dechevsky y Spridon Penev, 1997). De forma alternativa, se puede proceder sin imponer las restricciones de forma y analizarlo dentro de las observaciones (Donald Brown y Rosa Matzkin, 1998).

Es posible aproximar la distribución de los coeficientes  $\boldsymbol{\alpha}$  en (4) mediante una distribución concentrada en un conjunto finito de puntos, tratando los pesos probabilísticos de esos puntos como parámetros. Esto recibe el nombre de modelo de *clase latente*, que se puede utilizar para obtener estimaciones no paramétricas de cualquier familia de probabilidades de elección consistentes con la RUM, mediante el método de los tamices. El modelo de clase latente es una *red neuronal unidireccional de una única capa oculta* (con funciones de activación MNL), y la teoría de la aproximación asintótica que ha sido desarrollada para las redes neuronales puede aplicarse para establecer tasas de convergencia y reglas de parada (Hal White, 1989, 1992; Bing Cheng y D. Michael Titterton, 1994; Xiaohong Chen y

(4) Para esta aproximación también pueden utilizarse las bases Hamel, que pueden presentar ventajas en términos de parsimonia y en la imposición de restricciones de la forma.

White, 1998; Chunrong Ai y Chen, 1999). Es posible desarrollar otras aproximaciones coherentes con la RUM a familias de probabilidades de elección que son útiles en algunas aplicaciones (John Dagsvik, 1994).

En resumen, he destacado un resultado que indica que cualquier modelo de RUM con un buen comportamiento puede ser aproximado por un MMNL o, alternativamente, por un modelo de clase latente, suponiendo que las transformaciones de las variables observadas y las distribuciones aleatorias que se introducen en estas formas son lo suficientemente flexibles. El modelo MMNL fue introducido por Scott Cardell y Fred Dunbar (1980). Con el desarrollo de métodos de simulación adecuados para su estimación (David Revelt y Train, 1998), su uso se ha extendido.

Para ilustrar la aplicación del MMNL, describiré un estudio acerca de la elección de destino para realizar la pesca de trucha, realizado como parte de una evaluación de los daños causados por la extracción de cobre en la pesca de recreo en la cuenca del río Clark Fork, en Montana. Mediante una encuesta a hogares dirigida por William Desvousges y sus colegas de Triangle Economic Research (1996) se recogió una muestra de 962 viajes a pescar a 59 lugares de los ríos de Montana, realizados por 238 pescadores. Las variables del estudio se describen en el Cuadro 2. Estos datos han sido utilizados por Train (1998) para calcular los MMNL de la forma (4) para la elección del lugar de pesca. Este estudio asume un modelo de utilidad indirecto  $U = \alpha(a-c) - \beta wt + z(x, s)\gamma$ , donde la notación es la misma que en (2) y los parámetros  $(\alpha, \beta, \gamma)$  varían aleatoriamente sobre la población, con una especificación que fija la relación  $\beta/\alpha$ ,  $\gamma$ , para las estimaciones descritas en el Cuadro 3 asume que  $\alpha$  y  $\gamma$  tienen componentes distribuidos independientemente, que son bien normales o log-normales. El cuadro proporciona percentiles de las distribuciones estimadas de los parámetros. Cabe destacar en este modelo la dispersión de la distribución del gusto por el número de truchas, que determina los índices de pesca, así como la división de los pescadores entre los gustos positivos y negativos hacia los campings y hacia el número de puntos de acceso, que proporcionan comodidad pero también producen aglomeraciones. La elasticidad es el aumento porcentual de la probabilidad de elección de un lugar resultante de un aumento del uno por ciento en la variable explicativa de esa alternativa, calculada en los valores promedio de la muestra para las variables y las probabilidades.

### C. Estimación de la Disposición a Pagar (DAP) en los modelos de elección discreta

Las aplicaciones de los modelos de elección discreta a los problemas de política económica requieren a menudo la estimación de la Disposición a Pagar (DAP) por posibles cambios en las políticas. Por ejemplo, el estudio sobre la pesca de la trucha en Montana pretendía determinar la DAP por el aumento de las reservas de peces que resultaría de la restauración de las condiciones ribereñas naturales. Para el MMNL del Cuadro 3, que es independiente del ingreso no salarial, la DAP media tiene una forma logsum esperada, exacta en las utilidades sistemáticas antes ( $V'_i$ ) y después del cambio ( $V''_i$ ):

$$DAP = E_{\alpha, \beta, \gamma} \frac{1}{\alpha} \log \left( \frac{\exp(V''_i) + \dots + \exp(V''_j)}{\exp(V'_i) + \dots + \exp(V'_j)} \right) \quad (5)$$

**Cuadro 2**  
**VARIABLES EXPLICATIVAS DE LA ELECCIÓN DE DESTINO**  
**PARA LA PESCA DE LA TRUCHA EN EL ESTADO DE MONTANA**

| Variable                    | Descripción   | Media   | Desviación estándar |
|-----------------------------|---|---------|---------------------|
| Reservas de truchas         | Cientos de peces por 1.000' de corriente  | 1,773   | 1,468               |
| Coste del viaje             | Coste del viaje al lugar, incluyendo el coste variable de la conducción y el valor del tiempo dedicado a conducir (calculado a 1/3 del salario del pescador, o $\beta=\alpha/3$ ) | 89,22\$ | 35,24\$             |
| Acceso                      | Número de áreas de acceso designadas por el Estado por área del USGS (Departamento de Geología de Estados Unidos)   | 0,172   | 0,305               |
| Estética                    | Puntuación de 0 a 3 (Montana River Information System)  | 1,386   | 0,86                |
| Camping                     | Número de camping por área del USGS.  | 0,195   | 0,198               |
| Principal                   | Área principal de pesca (Angler's Guide en Montana)   | 0,559   | 0,501               |
| Restringido                 | Número de especies restringidas en el lugar (por ejemplo, pesca sin muerte) durante parte del año.  | 0,339   | 0,902               |
| Tamaño a escala logarítmica | Logaritmo del número de áreas del USGS que contiene el lugar  | 2,649   | 0,684               |

Fuente: adaptación de Kenneth E. Train, "Recreation Demand Models with Taste Differences over People," *Land Economics*, Vol. 74, N°2. ©1998. Impreso con permiso de University of Wisconsin Press.

**Cuadro 3**  
**MODELO MMNL DE ELECCIÓN DE LUGAR DE PESCA CON**  
**PARÁMETROS ALEATORIOS INDEPENDIENTES**

| Variable                    | Distribución del parámetro | Distribución del coeficiente |         |              | Proporción positiva | Elasticidad (en el coeficiente mediano) |
|-----------------------------|----------------------------|------------------------------|---------|--------------|---------------------|---|
|                             |                            | Percentil 10                 | Mediana | Percentil 90 |                     |   |
| Reservas de truchas         | Lognormal                  | 0,015                        | 0,056   | 0,207*       | 1,0                 | 0,098                                   |
|                             | Error estándar             | 0,014                        | 0,034   | 0,070        |                     |   |
| Coste del viaje             | Lognormal                  | -0,253*                      | -0,091* | -0,032*      | 0,0                 | -7,945                                  |
|                             | Error estándar             | 0,030                        | 0,006   | 0,004        |                     |   |
| Acceso                      | Normal                     | -3,369*                      | -0,950* | 1,470*       | 0,31                | -0,161                                  |
|                             | Error estándar             | 0,715                        | 0,361   | 0,392        |                     |   |
| Estética                    | Lognormal                  | 0,152*                       | 0,452*  | 1,342*       | 1,0                 | 0,616                                   |
|                             | Error estándar             | 0,060                        | 0,103   | 0,159        |                     |   |
| Camping                     | Normal                     | -2,005*                      | 0,116   | 2,237*       | 0,53                | 0,022                                   |
|                             | Error estándar             | 0,693                        | 0,323   | 0,159        |                     |   |
| Principal                   | Normal                     | -1,795*                      | 1,018*  | 3,831*       | 0,68                | 0,56                                    |
|                             | Error estándar             | 0,401                        | 0,289   | 0,642        |                     |   |
| Restringido                 | Normal                     | -0,651*                      | -0,499* | 0,653*       | 0,29                | -0,166                                  |
|                             | Error estándar             | 0,305                        | 0,131   | 0,171        |                     |   |
| Tamaño a escala logarítmica | Fijo                       | 0,9835*                      | 0,9835* | 0,9835*      | 1,0                 | 0,967                                   |
|                             | Error estándar             | 0,108                        | 0,108   | 0,108        |                     |   |

Fuente: adaptación de Kenneth E. Train, "Recreation Demand Models with Taste Differences over People," *Land Economics*, Vol. 74, N°2. ©1998. Impreso con permiso de University of Wisconsin Press.

\*Estadísticamente significativos al 1%.

Éste es un caso en el que coinciden las mediciones hicksiana y marshalliana del excedente del consumidor, e incluso donde las preferencias pueden ser agregadas, formando preferencias representativas de la comunidad (Chipman y James Moore, 1990; McFadden 1999b). Cuando la función de utilidad indirecta no es lineal ni aditiva en el ingreso no salarial, el cómputo exacto de la variación compensatoria hicksiana es mucho más gravoso. McFadden proporciona cotas que en ocasiones serán suficientes para el análisis de políticas, y desarrolla métodos de simulación de Monte Carlo sobre cadenas de Markov (*Monte Carlo Markov Chain*) para el cálculo numérico de la DAP exacta. Recientemente, Anders Karlstrom (2000) ha desarrollado métodos numéricos que simplifican estos cálculos.

#### *D. Modelos dinámicos*

Una extensión importante del estudio del comportamiento de decisión económica se produce cuando se recurre a datos sobre elecciones realizadas repetidamente por las mismas personas, y a la dinámica de la elección discreta. Es en este marco de panel donde puede examinarse empíricamente cómo opera la experiencia sobre la evolución de las percepciones y los gustos, tal y como se postulaba en el Gráfico 1. Las decisiones repetidas también permiten estudiar la teoría de la RUM como un modelo de variación del gusto tanto intra-consumidor como inter-consumidor, proporcionando un vínculo con los modelos psicológicos de toma de decisiones. James Heckman (1981a, b) ha sido pionero en el análisis de la dinámica de la elección discreta, y ha reconocido el papel crítico que tienen los valores iniciales y la estructura repetitiva en los modelos dinámicos correctamente especificados; además, es el responsable del desarrollo fundamental de los métodos econométricos apropiados. Los modelos dinámicos tienen aplicaciones importantes en cuestiones relacionadas con la oferta de trabajo y el estatus laboral, y también en una variedad de temas que abarcan desde la planificación de la compra de nuevos bienes hasta las decisiones relativas al ciclo vital como la jubilación.

En el análisis de la dinámica de la elección discreta un elemento importante ha sido la integración de las expectativas en las decisiones de elección, realizada mediante la optimización dinámica (John Rust, 1994) y mediante interacciones entre agentes (Jean-Jacques Laffont y Quang Vuong, 1996). Esta última cuestión se refiere a un aspecto más general del análisis de la elección discreta. En muchos conjuntos de datos microeconómicos, las variables explicativas de una elección económica pueden tratarse como predeterminadas, porque el efecto de retroalimentación de las decisiones de consumidores individuales sobre las variables económicas a escala de mercado es débil. Sin embargo, en los modelos dinámicos donde las variables no observables actuales no son necesariamente independientes del pasado, o en mercados con escaso volumen de operaciones donde se produce una interacción estratégica entre agentes, la retroalimentación se hace tan fuerte que es preciso enfrentarse a la endogeneidad en las variables explicativas.

### E. Elección discreta/continua

Los componentes discretos y continuos de las decisiones económicas están completamente integrados en la teoría de la elección económica, mediante preferencias comunes y restricciones de tiempo y presupuesto. Sin embargo, esta integración rara vez se ha introducido en el estudio empírico del comportamiento del consumidor. Jeffrey Dubin y McFadden (1984) desarrollan un modelo consistente de decisiones discretas y continuas para aplicarlo a la elección y al uso de productos de consumo, aunque el coste de su tratamiento informático es una parametrización muy restrictiva. Es preciso realizar un mayor desarrollo de este aspecto, quizá utilizando estimaciones semiparamétricas para relajar las restricciones del modelo.

## 3. LA PSICOLOGÍA DEL COMPORTAMIENTO DE ELECCIÓN

En las teorías psicológicas del proceso de elección el individuo es menos organizado, tiene más capacidad de adaptación y es más imitativo que en el modelo estándar de los economistas. Las descripciones psicológicas de la toma de decisiones son tanto coloristas como intuitivas. Las *actitudes* desempeñan una función principal en la determinación del modo en que los consumidores definen la tarea de toma de decisiones. En palabras de Daniel Kahneman (1997), "Los economistas tienen preferencias; los psicólogos tienen actitudes." El *afecto* y la *motivación* son determinantes básicos de las actitudes y también influyen sobre las *percepciones* que alimentan el proceso de decisión (véanse las flechas más finas en el Gráfico 1). En estas teorías, la estimación y la maximización de la utilidad que realizan los economistas se reduce a uno de los muchos factores del entorno de la toma de decisiones, con una influencia que a menudo queda invalidada por efectos contextuales, emoción y errores en la percepción y el juicio (véase Ola Svenson, 1979; Tommy Garling, 1992; George Lowenstein, 1996). Existen pruebas experimentales y protocolos de decisión que apoyan la visión de que las reglas de la heurística son las directrices de casi todo el comportamiento humano. El psicólogo Drazen Prelec (1991) distingue esta perspectiva sobre la toma de decisiones de los modelos de maximización de la utilidad por los procesos cognitivos implicados:

El análisis de la decisión, que codifica el modelo racional, considera la elección como el problema, fundamentalmente técnico, de elegir las acciones que maximizan un criterio unidimensional: la utilidad. La actividad mental principal es la reducción de atributos múltiples a una única dimensión mediante la especificación de intercambios de valor. Para la acción dirigida por reglas, el problema de decisión fundamental es el problema cuasi legal de elaborar una interpretación satisfactoria de la situación de elección. La actividad mental principal implicada en este proceso es la exploración de analogías y distinciones entre la situación actual y otras situaciones canónicas de elección en las que una única regla o principio se aplica de modo inequívoco. ...El pro-

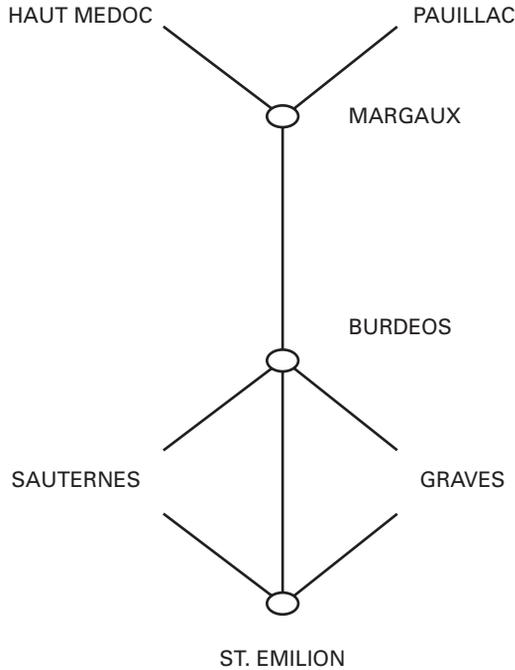
pósito de las reglas debe ser derivado de ciertas debilidades de nuestro sistema natural de contabilidad coste-beneficio y se puede esperar encontrar reglas que proliferan en, exactamente, estos campos de elección donde un utilitarismo natural no produce resultados satisfactorios.

El comportamiento humano puede estar dirigido por reglas, pero es posible que estas reglas simplemente codifiquen preferencias. Los argumentos evolutivos y conductuales utilizados para explicar el refuerzo de sistemas de reglas de autoprotección también sugieren que la selección favorecerá a aquellos sistemas de reglas que promueven continuamente el propio interés. Muchos psicólogos indican que el comportamiento es demasiado sensible al contexto y que parece estar provechosamente relacionado con preferencias estables. Sin embargo, si existen preferencias subyacentes, incluso si el vínculo entre las preferencias y las reglas es bastante ruidoso, puede ser posible recuperar las preferencias y utilizarlas para evaluar correctamente las políticas económicas, al menos como una aproximación que es lo suficientemente buena para que la política gubernamental funcione.

La existencia de preferencias subyacentes es una cuestión científica vital para los economistas. Si la respuesta es afirmativa, las pruebas de la psicología cognitiva sobre la toma de decisiones implican sólo que los economistas deben mirar a través de la cortina de humo de las reglas para apreciar las preferencias subyacentes que necesitan para evaluar las políticas económicas. Se trata de una tarea difícil, pero no imposible. Si la respuesta es negativa, entonces los economistas necesitan buscar una base para el análisis de las políticas que no requiera que el concepto "el mayor bien para el mayor número" sea significativo. Me siento moderadamente optimista en que la cuestión tenga una respuesta afirmativa. La primera razón es que muchas desviaciones conductuales del modelo estándar de los economistas están explicadas por ilusiones de percepción y errores en el procesamiento de la información, en lugar de tratarse de un fallo más básico en la definición del interés propio. La segunda es que muchas de las reglas que utilizamos son básicamente reglas defensivas, que nos protegen de las malas elecciones. Para ilustrar este punto, considere el mapa de carreteras simplificado de la región vitivinícola que rodea a Burdeos y que se muestra en el Gráfico 2.

Burdeos parece estar más cerca de St. Emilion que de Margaux; sin embargo, reconocerá inmediatamente que se trata de una versión de la clásica ilusión óptica Muller-Lyer en la que las distancias son, realmente, las mismas. Incluso después de que se haya recordado este aspecto, St. Emilion parece estar incluso más cerca. ¿Esta ilusión podría afectar el comportamiento? Un dato significativo puede ser que el Gráfico 2 fuera una adaptación de un folleto publicado por la comunidad de St. Emilion. De hecho, St. Emilion tiene más población que Margaux, quizás como resultado de las ilusiones de los enófilos. Sin embargo, dudo que esto se deba a una interpretación equivocada de los mapas por la gran mayoría de los viajeros que se dirigen a Burdeos. Aprendemos a sospechar de nuestras propias percepciones. Podemos ver cosas disparatadas, pero adoptamos estrategias conductuales conservadoras, como el cálculo de distancias en los mapas, que evitan que nos desviemos demasiado de nuestros propios intereses.

**Gráfico 2**  
**CARRETERAS DE LA REGIÓN VITIVINÍCOLA CERCANA A BURDEOS**



A la luz de este ejemplo, ¿cómo debería abordar un científico la predicción de las decisiones de viaje de los usuarios de los mapas? Podría comenzar por la biblioteca de las ilusiones ópticas que, sin duda, ayudan a revelar los procesos cognitivos implicados en la visión. Sin embargo, es muy difícil sintetizar esta biblioteca en un sistema de previsiones ampliamente predictivo. Otro punto de partida sería un modelo básico de visión del tipo "usted ve lo que ve la cámara". Sabemos, por la pura existencia de las ilusiones ópticas, que este modelo no es generalmente cierto, pero a pesar de ello el modelo básico es ampliamente predictivo, especialmente si sus condiciones se relajan para acoger algunas ilusiones sistemáticas. Creo que ésta es una buena analogía para los economistas que tengan que decidir cómo predecir el comportamiento económico de elección. Hasta que llegue el día en que la ciencia comprenda cómo funcionan los mecanismos cognitivos del Gráfico 1 para una amplia gama de decisiones económicas, creo que el modelo estándar, mejorado para tener en cuenta las ilusiones de percepción más sistemáticas, demostrará ser la mejor plataforma de evaluación de la mayor parte de las políticas económicas.

#### *A. Las ilusiones cognitivas*

La discusión anterior ha tratado la visión psicológica de la toma de decisiones como una alternativa teórica al modelo estándar, pero ahora también

existen pruebas sustanciales de que en un entorno de laboratorio los individuos, en ocasiones, se desvían extraordinaria y sistemáticamente de las predicciones del modelo estándar. Los resultados experimentales de Kahneman y Amos Tversky (por ejemplo, Tversky y Kahneman, 1974, 1981; Kahneman y Tversky, 1979, 1984) han tenido una especial influencia a la hora de obligar a los economistas a replantearse el modelo estándar. El Cuadro 4, tomado de McFadden (1999a), enumera algunos de los fenómenos cognitivos (superpuestos) que, identificados por los psicólogos cognitivos y los economistas conductuales, parecen influir sobre el comportamiento.

**Cuadro 4**  
**EFFECTOS COGNITIVOS EN LA TOMA DE DECISIONES**

| Efecto                    | Descripción   |
|---------------------------|---|
| Anclaje                   | Las respuestas se ven influidas por indicaciones contenidas en la pregunta.   |
| Disponibilidad            | Las respuestas dependen demasiado de información ya obtenida, y muy poco de información anterior.   |
| Contexto                  | Las preguntas previas y la interacción con el entrevistador influyen en la percepción.  |
| Marco/punto de referencia | El formato de las preguntas cambia la prioridad de diferentes aspectos de la tarea cognitiva.   |
| Focal                     | La información cuantitativa es almacenada y/o emitida categóricamente.  |
| Primacía/novedad          | Los acontecimientos experimentados inicial y recientemente son los más notables.  |
| Proyección                | Las respuestas son acordes con la propia imagen que el sujeto quiere proyectar.   |
| Perspectiva               | La verosimilitud de los acontecimientos con baja probabilidad es juzgada erróneamente y tratada bien como demasiado probable o como cero. |
| Regresión                 | La causalidad y la permanencia están sujetas a fluctuaciones pasadas, y la regresión al punto medio es subestimada.                       |
| Representatividad         | Unas altas probabilidades condicionales inducen a la sobreestimación de probabilidades incondicionales.                                   |
| Dirigido por reglas       | La motivación y el autocontrol inducen a respuestas estratégicas.   |
| Prioridad                 | Los aspectos más notables de la pregunta se enfatizan en exceso.  |
| Status quo                | El estatus actual y la historia son privilegiados.  |
| Superstición              | Las estructuras causales elaboradas están vinculadas a coincidencias.   |
| Temporal                  | Descuento de tiempo temporalmente inconsistente.  |

Un fenómeno cognitivo importante es el *anclaje*, en el que las respuestas son dirigidas hacia entradas numéricas incluso cuando son poco informativas (Tversky y Kahneman, 1974). Una explicación psicológica para el anclaje es que un valor crea en la mente del sujeto, al menos temporalmente, la posibilidad de que la magnitud incierta pudiera situarse bien por encima o por debajo del valor citado. Esto podría ser el resultado de errores clásicos de discriminación psicofísica o de un proceso cognitivo en el que el sujeto trata la cuestión como un problema y busca un marco apropiado para "construir" una solución correcta. Los datos sugieren que los individuos son

malos estadísticos por naturaleza, ya que ponen demasiado énfasis en información y ejemplos fácilmente disponibles, y demasiado poco en información remota que es más difícil de recuperar. La educación forma a los individuos para utilizar protocolos de solución de problemas en los que las respuestas a las preguntas no sólo se basan en un conocimiento fundamental, sino también en indicaciones contextuales referentes a cuál pueda ser la respuesta correcta. Así, no resulta sorprendente que los sujetos apliquen estos protocolos y utilicen los valores recibidos para formar las respuestas.

### *B. Sesgo en el Consumo Revelado*

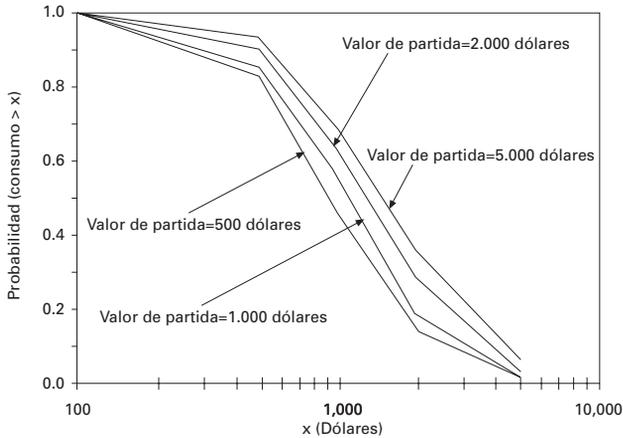
Describiré dos experimentos que muestran que el anclaje es, cuando menos, un problema para la medición en encuestas económicas. El primero, tomado de Michael Hurd et al. (1998), está relacionado con el sesgo de respuesta cuando se pide a los sujetos informar sobre magnitudes económicas que pueden no conocer con certeza. Estos autores dirigieron un experimento en el grupo de trabajo AHEAD, un amplio estudio sobre los ancianos en los Estados Unidos. Se preguntó a los sujetos sobre su consumo mensual utilizando un formato de categorías desplegadas en el que se debía contestar sí o no a una serie de valores. El modelo de valores proporcionado a cada sujeto fue seleccionado mediante un diseño experimental. Para la franja de valores de partida utilizados en el experimento, de 500 a 5.000 dólares, este diseño hizo que los niveles medios de consumo implicados oscilasen entre 895 y 1.455 dólares al mes; véase el Gráfico 3. El Cuadro 5 muestra una información más detallada sobre los resultados experimentales. Las distribuciones de las respuestas para los diferentes grupos de tratamiento muestran de forma convincente que el fenómeno del anclaje puede introducir un sesgo de respuesta que, si no se reconoce, podría alterar gravemente el análisis de política económica.

### *C. Sesgo en la Disposición a Pagar Declarada*

El segundo estudio, realizado por Donald Green et al. (1998), pide a los sujetos reclutados de entre los visitantes a un museo científico que indiquen su disposición a pagar para salvar las aves marinas de pequeñas fugas de petróleo. Los sujetos fueron asignados aleatoriamente a grupos de control y tratamiento y se dio a ambos grupos la siguiente introducción:

Existe una población de varios millones de aves marinas que viven a lo largo de la costa del Pacífico, desde San Diego hasta Seattle. Las aves permanecen la mayor parte del tiempo a varias millas de la costa y muy pocas personas pueden verlas. Se calcula que pequeñas fugas de petróleo matan a más de 50.000 aves marinas cada año lejos de las costas. Los científicos han evaluado métodos para evitar las muertes de las aves a causa del petróleo, pero las soluciones son caras y se necesitaría una financiación adicional para llevarlas a cabo. Normalmente no es posible identificar a los petroleros que sufren las fugas y obligar a sus compañías a pagar y, hasta que esta situación cambie, el tesoro público deberá utilizar sus fondos cada año para salvar a estas aves. Estamos interesados en lo valioso que sería para su familia salvar a unas 50.000 aves marinas cada año de los efectos de las fugas de petróleo.

**Gráfico 3**  
**CONSUMO MENSUAL SEGÚN EL VALOR DE PARTIDA,**  
**RESPUESTAS COMPLETAS POR CATEGORÍAS**



Fuente: el cuadro 4 y el gráfico 3 han sido tomados de McFadden et al. (1998), "Consumption and Saving Balances of the Elderly," en *Frontiers in the Economics of Aging*, editado por David A. Wise y publicado por University of Chicago Press. ©1998 por el National Bureau of Economic Research. Todos los derechos reservados.

Entonces, se proporcionó al grupo de control la siguiente pregunta abierta:

Si usted tuviera plena certeza de que 50.000 aves marinas se salvarían cada año, ¿cuál es el VALOR MÁXIMO que su familia pagaría en impuestos federales o estatales adicionales al año para apoyar una operación dirigida a salvar a las aves marinas? La operación se detendrá cuando se encuentren formas de evitar las fugas de petróleo, o de identificar a los petroleros que las causan y hacer que sus propietarios paguen la operación.

----- dólares al año.

Los miembros del grupo de tratamiento recibieron la siguiente pregunta con formato de referéndum:

Si usted tuviera plena certeza de que 50.000 aves marinas se salvarían cada año, ¿estaría de acuerdo en pagar {5 dólares} en concepto de impuestos federales o estatales adicionales al año para apoyar una operación dirigida a salvar a las aves marinas? La operación se detendrá cuando se encuentren formas de evitar las fugas de petróleo, o de identificar a los petroleros que las causan y hacer que sus propietarios paguen la operación.

Sí No

A esta pregunta siguió la pregunta abierta:

¿Cuál es el VALOR MÁXIMO que estaría dispuesto a pagar?

----- dólares al año.

**Cuadro 5**  
**CONSUMO: TAMAÑO DE LAS MUESTRAS, MEDIANAS Y MEDIAS**

| Tratamiento                           | Valores de salida   | Tamaño de la muestra | Número con respuestas abiertas | Porcentaje de respuestas completas por categoría | Medianas                     |                             |                           |                             | Medias                       |                             |                           |                             |
|---------------------------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|--|------------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|
|                                       |                     |                      |                                |  | No para-métrico <sup>c</sup> | Error estándar <sup>d</sup> | Para-métrico <sup>e</sup> | Error estándar <sup>d</sup> | No para-métrico <sup>c</sup> | Error estándar <sup>d</sup> | Para-métrico <sup>e</sup> | Error estándar <sup>d</sup> |
| 1                                     | +2.000 <sup>a</sup> | 739                  | 492                            | 53,8   | 1.061                        | 87                          | 1.128                     | 72                          | 1.732                        | 108                         | 1.513                     | 88                          |
| 2                                     | 500 <sup>a</sup>    | 689                  | 422                            | 51,3   | 861                          | 53                          | 864                       | 53                          | 1.261                        | 87                          | 1.139                     | 63                          |
| 3                                     | 1.000               | 627                  | 0                              | 92,8   | 1.146                        | 39                          | 1.104                     | 37                          | 1.508                        | 49                          | 1.365                     | 40                          |
| 4                                     | 5.000               | 782                  | 0                              | 94,0   | 1.455                        | 56                          | 1.486                     | 52                          | 2.161                        | 65                          | 1.979                     | 62                          |
| 5                                     | 500                 | 707                  | 0                              | 92,9   | 895                          | 31                          | 934                       | 31                          | 1.311                        | 45                          | 1.180                     | 35                          |
| 6                                     | 2.000               | 594                  | 0                              | 94,1   | 1.415                        | 53                          | 1.392                     | 51                          | 1.946                        | 61                          | 1.764                     | 57                          |
| 7                                     | 1.000 <sup>a</sup>  | 717                  | 464                            | 47,0   | 897                          | 62                          | 967                       | 69                          | 1.466                        | 98                          | 1.352                     | 89                          |
| 2 y 5                                 | 500                 | 1.396                | 422                            | 81,5   | 886                          | 26                          | 915                       | 27                          | 1.298                        | 40                          | 1.170                     | 31                          |
| 3 y 7                                 | 1.000               | 1.344                | 464                            | 79,7   | 1.090                        | 36                          | 1.066                     | 33                          | 1.497                        | 44                          | 1.364                     | 38                          |
| 1 y 6                                 | 2.000               | 1.333                | 492                            | 82,3   | 1.326                        | 46                          | 1.310                     | 42                          | 1.884                        | 53                          | 1.695                     | 49                          |
| Respuestas abiertas primero (1, 2, 7) |                     | 2.145                | 1.378                          | 50,7   | 931                          | 35                          | 980                       | 37                          | 1.485                        | 57                          | 1.331                     | 46                          |
| Obligado (3, 5, 6)                    |                     | 1.928                | 0                              | 93,3   | 1.129                        | 25                          | 1.167                     | 25                          | 1.572                        | 30                          | 1.523                     | 29                          |
| Combinadas (1, 2, 3, 5, 6, 7)         |                     | 4.073                | 1.378                          | 81,2   | 1.077                        | 22                          | 911                       | 18                          | 1.358                        | 31                          | 1.237                     | 22                          |
| Respuestas abiertas                   |                     |                      | 1.378                          |  | 1.000                        | 9                           |                           |                             | 1.253                        | 64                          |                           |                             |
| General                               |                     | 4.855                | 1.378                          | 84,0   | 1.163                        | 21                          | 1.170                     | 19                          | 1.696                        | 26                          | 1.534                     | 22                          |

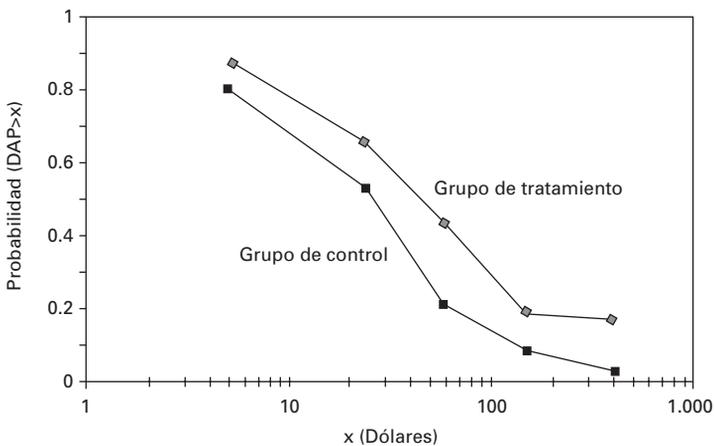
Fuente: extraído de McFadden et al. (1998), "Consumption and Saving Balances of the Elderly," en *Frontiers in the Economics of Aging*, editado por David A. Wise y publicado por University of Chicago Press. ©1998 por el National Bureau of Economic Research. Todos los derechos reservados.

- a) En primer lugar se pidió a los sujetos una respuesta abierta, con categorías desglosadas si no se producía ninguna respuesta a la pregunta abierta.
- b) Exponencial de la interpolación lineal de la CCDF del consumo en escala logarítmica, con la CCDF estimada utilizando un modelo multinomial "saturado" para quienes responden.
- c) El error estándar se calcula por medio de  $m(a-b)/2pN^{1/2}$ , donde  $(b, a)$  es la categoría de consumo en escala logarítmica que contiene el estimador,  $m$  es la mediana y  $p$  es la probabilidad de la categoría. Este estimador supone que el consumo en escala logarítmica está uniformemente distribuido dentro de la categoría que contiene a la mediana.
- d) Exponencial de  $\mu$ , donde  $\mu$  es la media de una distribución lognormal ajustada por Máxima Verosimilitud (EMV) a las frecuencias de las categorías del consumo en escala logarítmica.
- e) El error estándar se calcula por medio de  $m\sigma/(2N)^{1/2}$ , donde  $m$  es la mediana estimada y  $\sigma$  es la desviación estándar estimada del consumo en escala logarítmica.
- f)  $\sum_i p_i(a_i+b_i)/2$  donde  $(b_i, a_i)$  es una categoría de consumo en escala logarítmica y  $p_i$  es la probabilidad de la categoría.
- g) El error estándar se estima mediante  $(\sum_i 1/2(a_i+b_i)-m^2p_i)^{1/2}/N^{1/2}$ , donde  $(b_i, a_i)$  es una categoría de consumo en escala logarítmica,  $p_i$  es la probabilidad de la categoría y  $m$  es la mediana.
- h) Exponencial de  $\mu+\sigma^2/2$ , donde  $\mu$  y  $\sigma$  son las estimaciones de la media y de la desviación estándar del consumo en escala logarítmica.

El valor de salida de cinco dólares en la pregunta de referéndum fue modificado en función de los niveles establecidos por el diseño experimental, seleccionando diferentes grupos de tratamiento para corresponder con los cuantiles especificado de la distribución de respuestas del grupo de control. Si los sujetos se someten al modelo estándar de los economistas, sus preferencias serán innatas y no se encontrarán ancladas a los valores contenidos en las preguntas binarias. De hecho, las pautas de respuesta sugieren que los valores crean un "ancla" para la construcción de las preferencias. El Gráfico 4 muestra las diferencias en las frecuencias de respuesta para los grupos de control y de tratamiento, cuyos detalles aparecen en el Cuadro 6. Los efectos del anclaje son notables y estadísticamente significativos. En comparación con las respuestas abiertas y mixtas, la mediana de la DAP del grupo de control es de 25 dólares, mientras que la mediana de la DAP en el grupo de tratamiento varió desde 10 dólares cuando el valor de partida era de cinco dólares, hasta 50 dólares cuando dicho valor era de 400 dólares. Las respuestas de referéndum también muestran un efecto de anclaje con mayor proporción de síes a valores más elevados que en el grupo de control. Esto produce una estimación no paramétrica de 167 dólares para la DAP media del grupo de tratamiento, frente a una media de 64 dólares en el grupo de control, mostrando una vez más diferencias estadísticamente significativas. En otras palabras, el efecto del aumento del valor de partida en un dólar es el aumento de la respuesta media en 28 céntimos. Este experimento también mostró que el anclaje, como respuesta a la pregunta sobre la DAP, resulta equiparable al anclaje observado en respuestas ante preguntas de cálculo objetivas, como la altura de la secuoya más alta de California.

El experimento de Green et al. fue hipotético, y los sujetos eran conscientes de que sus respuestas no tendrían ninguna consecuencia monetaria directa. Una pregunta razonable que se pueden formular los economistas

**Gráfico 4**  
**DISPOSICIÓN A PAGAR POR LAS AVES MARINAS**



Fuente: reimpresión de *Resource and Energy Economics*, Vol.20, Donald Green, Karen Jacowitz, Daniel Kahneman y Daniel McFadden, "Referendum Contingent Valuation, Anchoring, and Willingness to Pay for Public Goods.", pp. 85-116, copyright 1998, con permiso de Elsevier Science.

es si dichas desviaciones del modelo estándar continúan apareciendo en elecciones de mercado donde las decisiones reales implican dinero real. El marketing de los bienes de consumo sugiere una respuesta afirmativa. Se enseña a los empresarios que, de cara a vender un producto, puede potenciarse su atractivo colocando un producto claramente inferior a casi el mismo precio (Itamar Simonson y Tversky, 1992). Así, la percepción de las ilusiones parece estar presente en mercados reales y ser lo suficiente sistemática como para permitir su explotación por parte de los vendedores.

**CUADRO 6**  
**DISPOSICIÓN A PAGAR CON EL OBJETIVO DE SALVAR**  
**A 50.000 AVES MARINAS POR AÑO (LAS CIFRAS SE MUESTRAN**  
**EN PORCENTAJES)**

| Distribución                                       | Respuestas<br>abiertas | Valor de salida     |                  |               |                |                |
|--|------------------------|---------------------|------------------|---------------|----------------|----------------|
|  |                        | 5<br>dólares        | 25<br>dólares    | 60<br>dólares | 150<br>dólares | 400<br>dólares |
| 0-4,99 dólares                                     | 19,8                   | 12,2                | 8,5              | 0,0           | 8,3            | 12,0           |
| 5-24,99 dólares                                    | 27,3                   | 67,4                | 25,5             | 41,7          | 29,2           | 22,0           |
| 25-59,99 dólares                                   | 31,4                   | 12,2                | 53,2             | 14,6          | 27,1           | 20,0           |
| 60-149,99 dólares                                  | 12,4                   | 8,2                 | 8,5              | 41,7          | 16,7           | 18,0           |
| 150-399,99 dólares                                 | 5,0                    | 0,0                 | 2,1              | 2,1           | 18,8           | 10,0           |
| 400 dólares en adelante                            | 4,1                    | 0,0                 | 2,1              | 0,0           | 0,0            | 18,1           |
| Tamaño de la muestra                               | 121                    | 49                  | 47               | 48            | 48             | 50             |
| P (respuesta abierta >puja)<br>(porcentaje)        |                        | 80,2                | 52,9             | 21,5          | 9,1            | 4,1            |
| (Error estándar) (porcentaje)                      |                        | (5,7)               | (7,1)            | (5,9)         | (4,1)          | (2,8)          |
| P (respuesta anclada >puja)<br>(porcentaje)        |                        | 87,8                | 66,0             | 43,8          | 18,8           | 18,0           |
| (Error estándar) (porcentaje)                      |                        | (4,7)               | (6,9)            | (7,2)         | (5,6)          | (5,4)          |
| Mediana de las respuestas                          | 25,00\$                | 10,00\$             | 25,00\$          | 25,00\$       | 43,00\$        | 50,00\$        |
| (Error estándar)                                   | (6,03\$)               | (2,33\$)            | (1,16\$)         | (14,04\$)     | (10,87\$)      | (23,41\$)      |
| Media de las respuestas <sup>a</sup>               | 64,25\$                | 20,30\$             | 45,43\$          | 49,42\$       | 60,23\$        | 143,12\$       |
| (Error estándar)                                   | (13,22\$)              | (3,64\$)            | (12,61\$)        | (6,51\$)      | (8,59\$)       | (28,28\$)      |
|  |                        |                     | Error            |               |                |                |
| Efecto marginal sobre<br>la oferta inicial         |                        | Coficiente<br>0,284 | estándar<br>0,32 |               |                |                |
| Media no paramétrica<br>de referendum <sup>b</sup> |                        | 167,33\$            | 76,90\$          |               |                |                |
| Media paramétrica<br>de referendum                 |                        | 265,59\$            | 138,96\$         |               |                |                |

Fuente: reimpresión de Resource and Energy Economics, Vol.20, [autores] Donald Green, Karen Jacowitz, Daniel Kahneman y Daniel McFadden, "Referendum Contingent Valuation, Anchoring, and Willingness to Pay for Public Goods," pp. 85-116, copyright 1998, con permiso de Elsevier Science.

a) Una observación de dos millones de dólares se ha excluido del cálculo de la media de las respuestas abiertas. Si la DAP media para la pregunta abierta de 64,25 dólares es representativa de todos los adultos californianos, entonces la DAP total por parte del Estado para la protección de 50.000 aves marinas es de 1.490 millones de dólares, es decir, 29.800 dólares por ave.

b) El límite superior para la distribución se supone igual a la mayor respuesta anclada, 1.000 dólares. El error estándar indicado es el RMSE (error cuadrático medio) para el sesgo máximo posible, dado el límite superior de la distribución.

Los economistas que investigan el comportamiento del consumidor pueden aprender mucho de un estudio minucioso de los resultados obtenidos de la investigación de mercados y la práctica del marketing. Finalmente, los economistas conductuales necesitan ir más allá de descripciones estilizadas del comportamiento de elección e implicarse en experimentos de investigación de mercado que exploran directamente la naturaleza de los procesos económicos de decisión. Puede extraerse una lección metodológica más amplia de la investigación de mercados. El descubrimiento y la explotación de las ilusiones cognitivas parecen coexistir sin problemas con el uso de modelos de respuesta discreta consistentes con la RUM, adaptados a la utilización de datos sobre percepciones, como una herramienta principal para predecir el comportamiento del comprador.

#### 4. MÉTODOS ESTADÍSTICOS

El análisis microeconómico del comportamiento de elección requiere métodos estadísticos para la estimación paramétrica y no paramétrica, y herramientas de diagnóstico para detectar errores en la especificación y para contrastar hipótesis. Las aplicaciones de los modelos de decisión también requieren sistemas para emitir previsiones desagregadas y agregadas y escenarios de política que persigan la precisión estadística. Estos requisitos son genéricos en la estadística aplicada, pero su dificultad se agrava en este campo debido a que los modelos que se derivan de fundamentos de RUM no suelen ser lineales, y a menudo no son especialmente tratables.

El análisis aplicado de RUM, basado en el modelo MNL y similares, ha dependido generalmente de los métodos de máxima verosimilitud y de las propiedades de muestras grandes, mientras que las rutinas disponibles en paquetes estadísticos estándar permiten actualmente un uso más o menos mecánico de estos modelos. Se produce un uso creciente de los estimadores no paramétricos, métodos bootstrap para refinar las aproximaciones asintóticas, procedimientos de Método Generalizado de los Momentos para la robustez y métodos de simulación para superar problemas que no se pueden tratar con los procedimientos computacionales convencionales. Existen algunos desarrollos estadísticos específicos o especialmente aplicables al análisis de la elección discreta. Resumiré algunos de estos desarrollos, concentrándome en aquellos en los que he intervenido.

##### *A. Muestreo basado en la elección*

Una *muestra basada en la elección* es aquella que se ha obtenido mediante la estratificación sobre la base del comportamiento de las respuestas cuya explicación es el objeto de estudio. Las observaciones sobre las variables de respuesta y explicativas (covariables) se recopilan en cada estrato y después son utilizadas para la inferencia estadística sobre la distribución condicional de la respuesta, dadas las covariables. Por ejemplo, un estudio sobre la elección ocupacional puede extraer una

muestra estratificada por la ocupación, de modo que el primer estrato sea una muestra de ingenieros, el segundo sea una muestra de educadores, etcétera. Se recopilan datos sobre covariables como el género y la utilización de subvenciones para la formación. Entonces, pueden emplearse las observaciones para deducir el impacto de las subvenciones para la formación sobre la elección ocupacional. Las muestras basadas en la elección pueden ser involuntarias, como resultado de la autoselección o la estratificación en encuestas de uso general, o pueden ser deliberadas, diseñadas para reducir los costes de muestreo o mejorar el carácter informativo o la precisión de las repuestas.

Los métodos estadísticos desarrollados para muestras aleatorias a menudo serán inconsistentes o ineficientes al aplicarse a muestras basadas en la elección. El problema básico es que el análisis pretende inferir propiedades de la distribución condicional de elecciones, dadas las covariables, utilizando observaciones extraídas de la distribución condicional de las covariables, dadas las elecciones realizadas. La solución para el problema de inferencia es tener en consideración la relación entre las distribuciones condicionales del análisis, bien sea mediante la reasignación de ponderaciones en las observaciones, de modo que se comporten como si provinieran de una muestra aleatoria, o bien reasignando las ponderaciones en el modelo de probabilidad para una muestra aleatoria, de forma que sea consistente con el proceso de muestreo empírico. Los aspectos estadísticos del análisis de las muestras basadas en la elección fueron tratados en un trabajo seminal por Charles Manski y Steve Lerman (1977) al que hay que añadir las aportaciones adicionales de Steve Cosslett (1981) y Manski y McFadden (1981). El problema del muestreo basado en la elección está muy relacionado con el problema del análisis de las muestras autoseleccionadas. El tratamiento de problemas de selección fue proporcionado inicialmente por Heckman (1974, 1979), con contribuciones posteriores de Steve Goldfeld y Richard Quandt (1973), G. S. Maddala y Forrest Nelson (1975), Jerry Hausman y David Wise (1976), y Lung-Fei Lee y Robert Porter (1984). Los trabajos de David Hsieh et al. (1985), Tony Lancaster y Guido Imbens (1990), Norman Breslow (1996) e Imbens y Lancaster (1996) profundizan en el análisis estadístico de las muestras endógenas. Para una serie de problemas se han realizado extensiones del marco básico para la inferencia en muestras basadas en la elección. Imbens (1992) ha proporcionado métodos para combinar datos de encuestas basadas en la elección con estadísticas agregadas. McFadden (2001) ha estudiado el problema del análisis de paneles reunidos endógenamente.

El Cuadro 7 representa esquemáticamente la ley de probabilidad poblacional para una elección  $y$  y un vector de covariables  $z$ <sup>5</sup>. La probabilidad conjunta de una celda  $(y, z)$  puede expresarse como el producto de la probabilidad condicional de  $y$  dada  $z$  por la probabilidad marginal de  $z$ ,  $p(y,z)=P(y|z)p(z)$ . Las sumas de las filas indican la probabilidad marginal  $p(z)$  de  $z$ , y las sumas de las columnas proporcionan la probabilidad

(5) Esta exposición trata a  $y$  y  $z$  como discretos, pero la discusión también es aplicable, con modificaciones menores, al caso en el que  $y$  y/o algunos componentes de  $z$  sean continuos.

marginal  $q(y)=\sum_z P(y|z)p(z)$  de  $y$ . La ley de Bayes da la probabilidad condicional de  $z$  dada  $y$ ,  $Q(z|y)=P(y|z)p(z)/q(y)$ . El objetivo del análisis estadístico es la probabilidad condicional  $P(y|z)$ , que recibe el nombre de *probabilidad de respuesta*. En las aplicaciones suele suponerse que  $P(y|z)$  es *invariable bajo tratamientos* que alteran la probabilidad marginal de  $z$ ; así, el conocimiento de  $P(y|z)$  permite predecir  $y$  en nuevas poblaciones o bajo tratamientos de política donde la distribución  $z$  haya cambiado.<sup>6</sup>

En un muestreo aleatorio se efectúan del cuadro proporcionalmente a las probabilidades de las celdas. En el caso de una estratificación exógena se eligen filas con probabilidades que pueden diferir de las probabilidades marginales poblacionales  $p(z)$ , y luego, dentro de una fila, se extraen columnas proporcionalmente a sus probabilidades condicionadas poblacionales  $P(y|z)$ . En un diseño de muestreo basado en la elección se comienza eligiendo columnas con probabilidades que pueden diferir de sus probabilidades marginales poblacionales  $q(y)$ , y luego, dentro de una columna, se extraen filas proporcionalmente a sus probabilidades condicionadas  $Q(z|y)=P(y|z)p(z)/q(y)$ .

**Cuadro 7**  
**PROBABILIDADES POBLACIONALES DE LAS CELDAS**

|       | $Y_1$              | $Y_2$              | ... | $Y_J$              | Suma     |
|-------|--------------------|--------------------|-----|--------------------|----------|
| $z_1$ | $P(y_1 z_1)p(z_1)$ | $P(y_2 z_1)p(z_1)$ | ... | $P(y_J z_1)p(z_1)$ | $p(z_1)$ |
| $z_2$ | $P(y_1 z_2)p(z_2)$ | $P(y_2 z_2)p(z_2)$ | ... | $P(y_J z_2)p(z_2)$ | $p(z_2)$ |
| ...   |                    |                    |     |                    |          |
| $z_K$ | $P(y_1 z_K)p(z_K)$ | $P(y_2 z_K)p(z_K)$ | ... | $P(y_J z_K)p(z_K)$ | $p(z_K)$ |
| Suma  | $q(y_1)$           | $q(y_2)$           | ... | $q(y_J)$           | 1        |

También es posible diseñar muestreos endógenos más complejos. Un marco general que permite el análisis unificado de muchos esquemas de muestreo es aquel que determina el protocolo de muestreo para un estrato  $s$  en términos de la probabilidad  $R(z,y,s)$  de que un miembro de la población de la celda  $(y,z)$  cumpla las condiciones para el estrato. La probabilidad conjunta de que un miembro de la población se encuentre en la celda  $(y,z)$  y sea adecuado para el estrato  $s$  es  $R(z,y,s)P(y|z)p(z)$ . La proporción de población idónea para el estrato, o *factor de cualificación*, es  $r(s)=\sum_z \sum_y R(z,y,s)P(y|z)p(z)$ , y la probabilidad condicional de  $(y,z)$  dada la cualificación es  $R(z,y,s)P(y|z)p(z)/r(s)$ . El término  $R(z,y,s)$  suele denominarse *propensity score*. Cuando se extrae una fracción de la muestra  $f(s)$  del

(6) Suele decirse que una probabilidad condicional con esta propiedad de invarianza define un modelo causal. Es cierto que una estructura causal implicaría esta propiedad, pero también es posible que la misma se mantenga, permitiendo realizar una previsión sin la presencia de una estructura causal más profunda. Es más, existen tests estadísticos sencillos para contrastar esta propiedad, pero la detección de verdaderas estructuras causales va más allá del alcance de la estadística. Por estas razones, es preferible evitar el lenguaje de la causalidad y concentrarse en las propiedades de invarianza.

estrato  $s$ , la probabilidad de una observación de la muestra combinada viene dada por  $g(y,z) \equiv \sum_s R(z,y,s)P(y|z)p(z)f(s)/r(s)$ , mientras que la probabilidad condicional de  $y$  dada  $z$  en esta muestra combinada se expresa como  $g(y|z) = P(y|z)(\sum_s R(z,y,s)f(s)/r(s))/[\sum_{y'} P(y'|z)(\sum_s R(z,y',s)f(s)/r(s))]$ . Advierta que esta probabilidad condicional depende de la probabilidad marginal de  $z$  sólo a través de los factores de cualificación.

Cuando el protocolo de muestreo es exógeno [es decir, si  $R(z,y,s)$  no depende de  $y$ ], la probabilidad condicional de  $g(y|z)$  para la muestra combinada es igual a la probabilidad condicionada poblacional  $P(y|z)$ . Por lo tanto, cualquier procedimiento de inferencia estadística diseñado para revelar rasgos de la probabilidad condicionada  $P(y|z)$  en muestras aleatorias será aplicable para muestras estratificadas exógenamente. En particular, si  $P(y|z)$  pertenece a una familia paramétrica, la maximización de la función de verosimilitud muestral en una muestra estratificada exógenamente tendrá las mismas propiedades que en una muestra aleatoria.<sup>7</sup> Sin embargo, en una muestra endógena en la que la probabilidad de cualificación  $R(z,y,s)$  no depende de  $y$ , la probabilidad condicional  $g(y|z)$  para la muestra combinada *no* es igual a  $P(y|z)$ . Por lo tanto, la inferencia estadística bajo el supuesto de que el proceso de generación de datos está descrito por  $P(y|z)$  es, por lo general, estadísticamente inconsistente. Asimismo, la distribución de las covariables en una muestra endógena diferirá de su distribución poblacional, con  $g(z)=p(z)\sum_s (f(s)/r(s))\sum_{y'} R(z,y,s)P(y|z)$  y, para estimar consistentemente las cantidades poblacionales, debe aplicarse a la distribución empírica de  $z$  de la muestra el correspondiente factor de corrección.

Manski y McFadden (1981) proponen que la inferencia estadística cuando  $P(y|z)$  es paramétrica se base en la probabilidad condicional  $g(y|z)$ , a lo que denominan el método de *máxima verosimilitud condicional* (MVC). Cuando los factores de cualificación  $r(s)$  y las frecuencias de muestra  $f(s)$  se conocen o pueden estimarse consistentemente partir de muestras externas, y cuando las expresiones de  $P(y|z)$  y  $R(z,y,s)$  permiten la identificación de cualquier parámetro desconocido en  $R(z,y,s)$ , este enfoque es consistente. En general, la probabilidad  $g(y|z)$  no pertenece a la misma familia paramétrica que  $P(y|z)$ . Por ejemplo, imagine que una población tiene una probabilidad de elección probit binomial  $P(2|z)=\phi(a+z\beta)$  y que  $P(1|z)=\phi(-\alpha-z\beta)$ . Suponga que la muestra consiste en un estrato 1 extraído aleatoriamente con  $R(z,y,1) \equiv 1$ , más un estrato 2 extraído de la población con respuesta  $y=2$ , con  $R(z,y,2)$  igual a uno si  $y=2$ , y cero en otro caso. Esto recibe el nombre de *muestra enriquecida*. Los factores de cualificación son  $r(1)=1$  y  $r(2)=q(2)$ . Si  $q(2)$  se conoce, puede obtenerse una estimación consistente del parámetro  $\beta$  en el modelo mediante el método de MVC con  $g(1|z)=\phi(-\alpha-z\beta)f(1)/[\phi(-\alpha-z\beta)f(1)+\phi(a+z\beta)(f(1)+f(2)/q(2))]$ . Por el contrario, la maximización de la verosimilitud utilizando  $P(y|z)$  no es consistente para  $\beta$ .

(7) Algunos procedimientos estadísticos utilizan ponderaciones *propensity score* para eliminar la correlación de las variables de tratamiento y las covariables introducida por una autoselección exógena.

Una simplificación importante del método de MVC se produce para el modelo MNL. Suponga que el vector de covariables está dividido en componentes  $\mathbf{z}=(\mathbf{v},\mathbf{x})$ , donde  $\mathbf{v}$  es una variable discreta, y  $P(y|\mathbf{v},\mathbf{x}) = \exp(a_y + \gamma_{yv} + \mathbf{x}\beta_y) / \sum_y \exp(a_y + \gamma_{yv} + \mathbf{x}\beta_y)$ . En este modelo,  $\beta_y$  son los coeficientes de la pendiente para las covariables  $\mathbf{x}$ ,  $\alpha_y$  son los efectos específicos de respuesta, y  $\gamma_{yv}$  son las interacciones de los efectos específicos de respuesta y los efectos específicos  $\mathbf{v}$ . Suponga que la probabilidad de cualificación  $R(\mathbf{v},\mathbf{x},y,s)$  no depende de  $\mathbf{x}$ . La probabilidad condicional  $g(y|z)$  tiene, una vez más, una forma logit multinomial, con los mismos parámetros  $\beta_y$ , pero con los parámetros restantes desplazados; por ejemplo,  $g(y|\mathbf{v},\mathbf{x}) = \exp(a_y^* + \gamma_{yv}^* + \mathbf{x}\beta_y) / \sum_y \exp(a_y^* + \gamma_{yv}^* + \mathbf{x}\beta_y)$ , con los parámetros transformados que satisfacen  $\alpha_y^* + \gamma_{yv}^* = \alpha_y + \gamma_{yv} + \log(\sum_s R(\mathbf{v},y,s) f(s) / r(s))$ . La estimación consistente de este modelo requiere incluir todos los efectos específicos y de interacción alternativos que están modificados por factores de muestreo. Sin embargo, si se incluyen estas variables, los parámetros de la pendiente  $\beta_y$  se estiman consistentemente sin más ajustes para el muestreo endógeno.<sup>8</sup>

### B. Cálculo computacional y Simulación

De una era en la que la estimación de un único modelo logit multinomial suponía una tarea de cálculo de gran envergadura, hemos progresado hasta el punto en el que los sencillos logit multinomiales son prácticamente instantáneos, incluso trabajando con un gran número de alternativas y observaciones. Esto es cierto prácticamente para los modelos logit multinomiales anidados, o modelos logit que contienen otros elementos no lineales, por medio de programas de máxima verosimilitud de uso general, aunque lograr y verificar la convergencia en dichos problemas continúa siendo un arte. Sin embargo, la evaluación de probabilidades de elección que no pueden expresarse de una forma explícita y que requieren una integración numérica de ciertas dimensiones, sigue generando serios problemas de cálculo. Por ejemplo, el modelo probit multinomial con una estructura de covarianza no restringida sigue resistiéndose al cálculo informático convencional, excepto en casos especiales.

El uso de métodos de simulación ha proporcionado el mayor empuje a la hora de obtener representaciones y estimaciones prácticas para estos modelos complicados desde el punto de vista computacional. Una muestra simulada extraída de una prueba de un proceso generador de datos (DGP) es una analogía de una muestra real extraída del verdadero proceso de este tipo DGP. Si el procedimiento de simulación está diseñado de modo que la muestra simulada no "dé indicaciones" según se varían los parámetros de prueba, puede estimarse el verdadero DGP haciendo que las muestras simuladas y reales sean congruentes. McFadden (1989) desarrolla y formaliza este enfoque de la inferencia y generaliza los simuladores para el modelo probit multinomial introducido inicialmente por Manski y Lerman (1981). Las investigaciones realizadas en la pasada década

(8) Si los factores de elevación son estimados en vez de conocidos, se produce una contribución adicional para la matriz de covarianza asintótica (Hsieh et al., 1985).

da han aumentado las librerías de métodos de simulación, incluyendo el uso de simuladores Gibbs, Metrópolis-Hastings y Monte Carlo Markov Chain, el uso de números pseudo-aleatorios y de patrón aleatorio como las secuencias de Halton y Sobel, y herramientas como el Método de los Momentos Simulados, el Método de Valoraciones Simuladas y el algoritmo EM simulado (Vassilis Hajivassiliou y Paul Ruud, 1994; McFadden y Ruud, 1994; Hajivassiliou et al. 1996; Hajivassiliou y McFadden, 1998; Train, 1999; Bhat, 2000). Estos métodos han hecho posible trabajar con modelos bastante flexibles, como los modelos probit multinomial y logit multinomial mixto. La simulación estadística también es una herramienta eficaz para la comparación de modelos y el análisis de políticas (Thomas Cowing y McFadden, 1984; David Hendry, 1984; Christian Gourieroux y Alain Monfort, 1996). Dicho esto, existe un margen considerable para la mejora de los métodos de simulación. En particular, algunos de los métodos estadísticos para tratar los errores de medida y los valores extremos en datos reales también son potencialmente útiles para procesar los datos simulados.

Un modelo en el que los métodos de simulación suelen ser necesarios y relativamente fáciles de aplicar es el MMNL (4). Bajo la denominación de logit kernel ha sido utilizado por McFadden (1989); Dennis Bolduc (1992); David Brownstone y Train (1999); y K. Srinivasian y H. Mahmassani (2000) como una aproximación computacional al probit multinomial o como una aproximación flexible y general de RUM. Debido a que el modelo MNL es, por sí mismo, diferenciable en sus parámetros  $\alpha$ , el siguiente procedimiento proporciona simuladores positivos, insesgados y diferenciables de las probabilidades del MMNL, y simuladores diferenciables de sus derivadas: suponga que  $\alpha$  viene dado por una función inversa paramétrica suave  $\alpha(\varepsilon, \theta)$ , donde  $\theta$  parametriza la distribución de  $\alpha$  y  $\varepsilon$  está distribuido uniformemente en un hipercubo. Esto funciona con facilidad en casos en los que  $\alpha$  son normales multivariantes, o transformaciones de normales multivariantes (por ejemplo: lognormal, normal truncada) y funciona con alguna dificultad en otras distribuciones comunes. El procedimiento de simulación consiste en extraer una muestra simulada de  $\varepsilon$ , del tamaño  $R$ , bien al azar o utilizando algunos números aleatorios como las secuencias Halton, fijar la secuencia para todo el análisis subsiguiente y tratar la aproximación  $P_C(i) = E_R \exp(\mathbf{Z}(a-c_i, w, t_i, x_i, s) \cdot \alpha(\varepsilon_r, \theta)) / \sum_j \exp(\mathbf{Z}(a-c_j, x_j, s) \cdot \alpha(\varepsilon_r, \theta))$ , donde  $E_R$  denota una esperanza empírica con respecto a la muestra de simulación, como si fuera exacta. La imposición de un requisito modesto a  $R$ , que aumente con más rapidez que la raíz cuadrada del tamaño de la muestra, resulta suficiente para garantizar que la máxima verosimilitud o bien el método de los momentos, aplicados mediante esta fórmula, contendrán un error de simulación insignificante en muestras lo suficientemente grandes. Con el fin de evitar estimaciones de precisión engañosas cuando los tamaños de las muestras y de  $R$  son moderados, se debería utilizar la fórmula sándwich para la matriz de covarianza en modelos posiblemente mal especificados (McFadden y Train, 2000). En aplicaciones donde la transformación inversa  $\alpha(\varepsilon, \theta)$  no es tratable, se pueden utilizar métodos de muestreo de importancia o muestreo de Metrópolis-Hastings.

### C. Test de Especificación: Tests IA1

El modelo MNL es una herramienta eficaz para analizar el comportamiento en la elección económica cuando la aplicación satisface su propiedad de IA1, ya que se estima fácilmente, permite una reducción drástica de la recopilación de datos y del cómputo mediante el muestreo de un subconjunto de alternativas (McFadden, 1981; Atherton et al. 1990), y proporciona una fórmula sencilla para predecir la demanda de nuevas alternativas. Por otro lado, como revela el ejemplo "autobús rojo, autobús azul", si el IA1 fracasa el modelo puede producir previsiones gravemente engañosas. Por esta razón ha existido un temprano interés en el desarrollo de tests de especificación que pudieran utilizarse para detectar fallos de IA1. El primer test propuesto (McFadden et al. 1978; Hausman y McFadden, 1984) requería la estimación por partida doble del modelo MNL, primero sobre un conjunto total de alternativas  $C$  y, en segundo lugar, sobre un determinado subconjunto de alternativas  $A$ , utilizando la submuestra con elecciones de este subconjunto. Si se cumple IA1 las dos estimaciones no deberían ser estadísticamente diferentes, pero si falla y  $A$  corresponde a un anidamiento de alternativas similares, se producirá una mayor discriminación dentro del subconjunto  $A$ , de modo que las estimaciones del segundo sistema serán mayores en magnitud que las estimaciones a partir del conjunto total de alternativas. Supongamos que  $\beta_A$  denota las estimaciones obtenidas del segundo sistema y que  $\Omega_A$  indica su matriz de covarianza estimada. También que  $\beta_C$  representa las estimaciones de los mismos parámetros obtenidas del conjunto completo y que  $\Omega_C$  indica su matriz de covarianza estimada.<sup>9</sup> Hausman y McFadden mostraron que la forma cuadrática  $(\beta_C - \beta_A)'(\Omega_A - \Omega_C)^{-1}(\beta_C - \beta_A)$  tiene una distribución asintótica chi-cuadrado cuando IA1 es verdadero. Al llevar a cabo este test es preciso ser cuidadoso y restringir la comparación de los parámetros, desechando los componentes según sea necesario para conseguir una matriz no singular  $\Omega_A - \Omega_C$ . Cuando esto se haya realizado, los grados de libertad del test chi-cuadrado coinciden con el rango de  $\Omega_A - \Omega_C$ . La forma simple de la matriz de covarianza para la diferencia de parámetros es debida a que  $\beta_C$  es el estimador eficiente del problema.

Otro test que resulta especialmente fácil de calcular fue propuesto por McFadden (1987). Calcule el modelo básico MNL utilizando todas las observaciones. Suponga que  $A$  es un determinado subconjunto de alternativas. Cree una nueva variable  $z_i$  que sea cero para  $i \notin A$ , y que para  $i \in A$  sea igual a  $\log(P_A(i)) - \sum_{j \in A} P_A(j) \log(P_A(j))$ , donde  $P_A(j)$  se calcula a partir del modelo básico. Una expresión numéricamente equivalente se obtiene reemplazando  $\log P_A(j)$  por  $V_j = \mathbf{x}_j \beta$ . Calcule un modelo MNL expandido que contenga las variables del modelo básico más una o más variables  $z_i$  construidas para subconjuntos  $A$  diferentes. Los  $A$  pueden ser disjuntos, superpuestos y/o anidados. Después realice un test de razón de verosimilitudes para la significación de las  $z$ 's, con grados de libertad iguales al número de variables añadidas después de eliminar las que sean lineal-

(9) Algunos parámetros que pueden calcularse del conjunto total de elección pueden no estar identificados en el segundo sistema, en cuyo caso  $\beta_C$  se refiere a los cálculos del subvector de parámetros que están identificados en ambos sistemas.

mente dependientes. Si existe una única  $z$ , entonces el test puede utilizar el estadístico  $t$  de Student para la significación de esta variable. Este test es asintóticamente equivalente al test score o del *Multiplicador de Lagrange* del modelo básico MNL frente a un modelo MNL *anidado*, en el que los consumidores discriminan más entre alternativas dentro de  $A$  de lo que lo hacen entre alternativas que no están ambas en  $A$ . Uno menos el coeficiente de una variable  $z$  puede interpretarse como una estimación preliminar del coeficiente de valor inclusivo para el anidamiento  $A$ .

El test anterior para un único conjunto  $A$  es asintóticamente equivalente a un test Hausman-McFadden con un grado de libertad orientado en la dirección determinada por los parámetros  $\beta$ ; recíprocamente, el test anterior en el que la variable  $V_j$  ha sido reemplazada por el vector  $\mathbf{x}_j$  para  $j \in A$  es asintóticamente equivalente al test original Hausman-McFadden para  $A$ . Existe la posibilidad de que se rechace la hipótesis nula de que  $IAI$  se mantenga, tanto si ésta es de hecho falsa, como si existe otro problema de especificación del modelo, como variables omitidas o un fallo en la forma logit debido a la asimetría o a la presencia de valores extremos en las perturbaciones. El rechazo del test se producirá a menudo cuando  $IAI$  sea falso, incluso si el conjunto  $A$  no se corresponde con el verdadero patrón de anidación. Sin embargo, el test típicamente tendrá la máxima potencia cuando  $A$  sea un anidamiento para el que se produce un fallo en  $IAI$ .

#### *D. Test de Especificación: Interacción (mixing) en Modelos MNL*

A la luz del resultado teórico según el cual cualquier modelo de RUM con buen comportamiento puede ser aproximado mediante un MMNL, cabe recuperar el cumplimiento de la propiedad  $IAI$  como una condición de que no existe heterogeneidad inobservada en los parámetros del modelo MNL. Esto sugiere que utilizando el enfoque del Multiplicador de Lagrange puede construirse un test para la validez de la propiedad  $IAI$ , y un test de especificación adicional para el poder explicativo. La ventaja de este método es que el procedimiento del test requiere sólo la estimación de modelos base MNL, de modo que los estimadores de simulación no son necesarios y puede realizarse el contraste frente a una serie de alternativas al mismo tiempo. Para realizar el test, construya en primer lugar variables artificiales  $z_{it} = (x_{it} - x_{itC})^2 / 2$  donde  $x_{itC} = \sum_{j \in C} x_{ij} P_C(j)$  para componentes seleccionados  $t$  de  $\mathbf{x}_i$ , donde  $P_C(j)$  son las probabilidades base MNL estimadas. Vuelva a estimar el modelo con estas variables añadidas y utilice un test de Wald o de razón de verosimilitudes para la significación de las variables artificiales. Este test es asintóticamente equivalente a un test del Multiplicador de Lagrange de la hipótesis carente de interacciones, frente a la alternativa de un MMLN con la interacción (*mixing*) de los componentes seleccionados  $t$  del modelo logit. El número de grados de libertad es igual al número de variables artificiales  $z_{it}$  que son linealmente independientes de  $\mathbf{x}$ . McFadden y Train (2000) también generalizan el test precedente de forma que un modelo MMNL estimado con algunos componentes de interacción pueda ser analizado frente a la alternativa de que son necesarios componentes adicionales de este tipo.

### *E. Datos y Modelos de Investigación de Mercados*

Entre el análisis de la elección económica y la investigación de mercados se ha desarrollado una importante interacción de carácter interdisciplinar. Los métodos experimentales utilizados en la investigación de mercados permiten explicar y medir el funcionamiento del proceso de toma de decisiones descrito en el Gráfico 1. Concretamente, es posible obtener *percepciones declaradas*, *preferencias declaradas* y escalas de actitud; denominamos a estos datos *preferencias declaradas* frente a los datos de *preferencias reveladas* obtenidos a partir de decisiones observadas. La mayor parte de estas variables y los métodos utilizados para medirlas provienen de la psicología aplicada, en particular el *análisis conjunto*, que es un método para obtener preferencias declaradas mediante un diseño experimental clásico. Este método proporciona datos que, con una adecuada formación del consumidor y con un margen para las ilusiones cognitivas, puede representar una aportación considerable a la capacidad de predecir las decisiones del consumidor.

El uso de experimentos, en lugar de encuestas de campo, para recopilar datos sobre las decisiones del consumidor, presenta una serie de ventajas considerables. El entorno de la elección hipotética puede ser especificado de forma precisa mediante un diseño que permita la identificación directa de efectos. Puede estudiarse la innovación en los servicios incluyendo ciertas dimensiones en las que los datos de preferencias reveladas no proporcionan variación. Se pueden recopilar grandes cantidades de datos relevantes por un módico precio. Siempre surgirán preguntas acerca de la medida en que las tareas cognitivas en un marco hipotético pueden ser equiparables a otras pertenecientes al entorno de una decisión real. Una buena técnica experimental puede eliminar las fuentes más obvias de incongruencia, pero la medida y la validación utilizando datos de preferencias reveladas es, habitualmente, necesaria.

Tanto las aplicaciones sobre políticas de marketing como las referentes a políticas económicas requieren un marco analítico para combinar datos de preferencias reveladas y declaradas y para vincular la experiencia y la información a respuestas de preferencias declaradas. En 1984 Ben-Akiva y yo particularizamos el modelo indicador múltiple de causa múltiple (MIMC), para este propósito, siguiendo el diagrama del Gráfico 1 y añadiendo una capa oculta (latente) para incluir funciones de respuesta discreta (Karl Jöreskog y Dag Söbom, 1979; McFadden, 1986; Train et al., 1987; Takayuki Morikawa, 1989; Ben-Akiva y Morikawa, 1990). Las aplicaciones realizadas han demostrado que éste es un marco útil para integrar datos de marketing en problemas de predicción (Morikawa et al., 1991; Brownstone y Train, 1999; David Hensher et al., 1999; Jordan Louviere et al., 1999).

## 5. CONCLUSIONES

Mirando hacia atrás al desarrollo del análisis de la elección discreta basado en la hipótesis de la maximización de la utilidad aleatoria (RUM), creo que éste ha sido un éxito, porque se ha puesto el énfasis en la apli-

cabilidad empírica y se ha podido utilizar en un conjunto amplio de aspectos de política, en un marco que ha permitido que los resultados se vinculen a la teoría económica del comportamiento del consumidor. En el desarrollo de este enfoque algunas posibilidades aún no han sido realizadas. La explotación del fundamento de RUM para modelos de elección aplicada ha sido sólo moderada. Los modelos se han adecuado generalmente a las escasas limitaciones cualitativas básicas que impone la RUM, pero no han seguido explorando la estructura de las preferencias del consumidor o las conexiones entre las decisiones económicas en diferentes dimensiones y en áreas distintas. El importante papel que juegan potencialmente las percepciones, desde la percepción psicofísica clásica de los atributos, pasando por la configuración psicológica de las percepciones para reducir la disonancia, hasta la representación mental del tiempo y los costes, permanece aún muy poco explorada en la investigación empírica del comportamiento de elección. Finalmente, la retroalimentación desde el estudio empírico del comportamiento de elección hasta la teoría económica del consumidor ya ha comenzado mediante la economía experimental y de la conducta, si bien todavía se encuentra en sus fases más tempranas.

¿Qué queda por hacer? Creo que la teoría básica de la RUM sobre la toma de decisiones, con un papel más importante aún para la experiencia y la información en la formación de las percepciones y la expresión de las preferencias, y con la posibilidad de utilizar de reglas como agentes de preferencias, puede describir la mayor parte del comportamiento económico de elección en mercados, encuestas y en el laboratorio. Si es así, entonces este marco puede seguir formando, en un futuro próximo, la base para el análisis microeconómico del comportamiento del consumidor y de las consecuencias de la política económica.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ai, C. y Chen, X. (1999): "Efficient Estimation of Models with Conditional Moment Restrictions Containing Unknowns", Documento de trabajo, London School of Economics.
- Anastassiou, G. y Yu, X. (1992): "Convex and Coconvex Probabilistic Wavelet Approximation", *Stochastic Analysis and Applications*, vol. 10, n° 5, pp. 507-21.
- Atherton, T.; Ben-Akiva, M.; McFadden, D. y Train, K. (1990): "Microsimulation of Local Residential Telephone Demand Under Alternative Service Options and Rate Structures", en Fontenay, A; Shugard, M. y Sibley, M. (eds.), *Telecommunications demand modeling.- An integrated view*, Elsevier, Amsterdam, pp. 137-63.
- Ben-Akiva, M. (1972): "The Structure of Travel Demand Models", Tesis doctoral, Massachusetts Institute of Technology.

- Ben-Akiva, M.; McFadden, D.; Gopinab, D.; Garling, T.; Bolduc, D.; Borsch-Supan, A.; Delquie, P.; Larichev, O.; Morikawa, T.; Polydoropoulou, A. y Rao, V. (1999): "Extended Framework for Modeling Choice Behavior", *Marketing Letters*, vol. 10, n° 3, pp. 187-203.
- Ben-Akiva, M. y Morikawa, T. (1990): "Estimation of Switching Models from Revealed Preferences and Stated Intentions", *Transportation Research A*, vol. 24, n° 6, pp. 485-95.
- Bhat, C. R. (1998): "Accommodating Flexible Substitution Patterns in Multidimensional Choice Modeling: Formulation and Application to Travel Mode and Departure Time Choice", *Transportation Research B*, vol. 32, n°7, pp. 425-40.
- Bhat, C. R. (1998): "Quasi-Random Maximum Simulated Likelihood Estimation of the Mixed Multinomial Logit Model", Documento de Trabajo, Department of Civil Engineering, University of Texas, Austin.
- Bolduc, D. (1992): "Generalized Autoregressive Errors in the Multinomial Probit Model", *Transportation Research B*, vol. 26, n° 2, pp. 155-70.
- Breslow, N. (1996): "Statistics in Epidemiology: The Case-Control Study", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 91, n° 433, pp. 14-28.
- Brown D. y Matzkin, R. (1998): "Estimation of Nonparametric Functions in Simultaneous Equations Models, with an Application to Consumer Demand", Yale Cowles Foundation, Discussion Paper N° 1175.
- Brownstone, D. y Train, K. (1999): "Forecasting New Product Penetration with Flexible Substitution Patterns", *Journal of Econometrics*, vol. 89, n° 1-2, pp. 109-29.
- Cardell, S. y Dunbar, F. (1980): "Measuring the Societal Impacts of Automobile Downsizing", *Transportation Research A*, vol. 14, n° 5-6, pp. 423-34.
- Chen, X. y White, H. (1998): "Improved Rates and Asymptotic Normality in Nonparametric Neural Network Estimators", Documento de trabajo, University of California, San Diego.
- Cheng, B. y Titterington, D. M. (1994): "Neural Networks: A Review from a Statistical Perspective", *Statistical Science*, vol. 1, pp. 2-30.
- Chipman, J. (1960): "The Foundations of Utility", *Econometrica*, vol. 28, n° 2, pp. 193-224.
- Chipman, J. y Moore, J. (1990): "Acceptable Indicators of Welfare Change, Consumer's Surplus Analysis, and the Gorman Polar Form", en Chipman, J.; McFadden, D. y Richter, M. (eds.), *Preferences, uncertainty, and optimality*, West view Press, Boulder, Colorado, pp. 68-120.

- Cosslett, S. (1981): "Maximum Likelihood Estimation for Choice-Based Samples", *Econometrica*, vol. 49, nº 5, pp. 1289-316.
- Cottingham, P. (1966): "Measurement of Non-user Benefits", Tesis doctoral, University of California, Berkeley.
- Cowing, T. y McFadden, D. (1984): *Microeconomic modeling and policy analysis*, Academic Press, Nueva York.
- Dagsvik, J. (1994): "Discrete and Continuous Choice, Max-Stable Processes, and Independence from Irrelevant Alternatives", *Econometrica*, vol. 62, nº 5, pp. 1179-205.
- Daly, A. y Zachary, S. (1979): "Improved Multiple Choice Models", en Hensher, D. y Dalvi, Q. (eds.), *Identifying and measuring the determinants of mode choice*, Teakfield, Londres, pp. 335-57.
- Debreu, G. (1960): "Review of R. D. Luce Individual Choice Behavior", *American Economic Review*, vol. 50, nº 1, pp. 186-88.
- Dechevsky, L. y Penev, S. (1997): "On Shape-Preserving Probabilistic Wavelet Approximations", *Stochastic Analysis and Applications*, vol. 15, nº 2, pp. 187-215.
- Desvousges, W.; Waters, S. y Train, K. (1996): "Supplemental Report on Potential Economic Losses Associated with Recreational Services in the Upper Clark Fork River Basin", *Triangle Economic Research*, Durham, NC 27713.
- Domencich, T. y McFadden, D. (1975): *Urban travel demand*, North-Holland, Amsterdam.
- Dubin, J. y McFadden, D. (1984): "An Econometric Analysis of Residential Electric Appliance Holdings and Consumption", *Econometrica*, vol. 52, nº 2, pp. 345-62.
- Fuss, M.; McFadden, D. y Mundlak, Y. (1978): "A Survey of Functional Forms in the Economic Analysis of Production", en Fuss, M. y McFadden, D. (eds.), *Production economics*, Vol. 1, North-Holland, Amsterdam, pp. 219-86.
- Garling, T. (1992): "The Importance of Routines for the Performance of Everyday Activities", *Scandinavian Journal of Psychology*, vol. 33, pp. 170-77.
- Goldfeld, S. y Quandt, R. (1973): "The Estimation of Structural Shifts by Switching Regressions", *Annals of Economic and Social Measurement*, vol. 2, nº 4, pp. 475-86.
- Gourieroux, C. y Monfort, A. (1996): *Simulation-based econometric methods*, Oxford University Press, Oxford.

- Green, D.; Jacowitz, K.; Kahneman, D. y McFadden, D. (1998): "Referendum Contingent Valuation, Anchoring, and Willingness to Pay for Public Goods", *Resource and Energy Economics*, vol. 20, n° 2, pp. 85-116.
- Griliches, Z. (1957): "Specification Bias in Estimates of Production Functions", *Journal of Farm Economics*, vol. 39, n° 1, pp. 8-20.
- Griliches, Z. (1961): "Hedonic Prices Indexes for Automobiles", en *Jthe prices statistics of the Federal Government*, National Bureau of Economic Research, Washington, pp. 173-196.
- Griliches, Z. y Ringstad, V. (1970): *Economies of scale and the form of the production function*, North-Holland, Amsterdam.
- Hajivassillou, V. y McFadden, D. (1998): "The Method of Simulated Scores for the Estimation of LDV Models", *Econometrica*, vol. 66, n° 4, pp. 863-96.
- Hajivassillou, V.; McFadden, D. y Ruud, P. "Simulation of Multivariate Normal Rectangle Probabilities and Their Derivatives: Theoretical and Computational Results", *Journal of Econometrics*, vol. 72, n° 1-2, pp. 85-134.
- Hajivassillou, V. y Ruud, P. (1994): "Classical Estimation Methods for LDV Models Using Simulation", en Engle, R. y McFadden, D. (eds.), *Handbook of econometrics*, Vol. 4, North-Holland, Amsterdam, pp. 2383-441.
- Hausman, J. y McFadden, D. (1984): "Specification Tests for the Multinomial Logit Model", *Econometrica*, vol. 52, n° 5, pp. 1219-40.
- Hausman, J. y Wise, D. (1976): "The Evaluation of Results from Truncated Samples: The New Jersey Negative Income Tax Experiment", *Annals of Economic and Social Measurement*, vol. 5, n° 4, pp. 421-45.
- Heckman, J. (1974): "Shadow Prices, Market Wages, and Labor Supply", *Econometrica*, vol. 42, n° 4, pp. 679-94.
- Heckman, J. (1979): "Sample selection bias as a specification error", *Econometrica*, vol. 47, n° 1, pp. 153-61.
- Heckman, J. (1981): "Statistical Models for the Analysis of Discrete Panel Data", en Manski, Ch. y McFadden, D. (eds.), *Structural Analysis of discrete data*, MIT Press, Cambridge, pp. 114-78.
- Heckman, J. (1981): "The Incidental Parameters Problem and the Problem of Initial Conditions in Estimating a Discrete Stochastic Process and Some Monte Carlo Evidence on Their Practical Importance", en Manski, Ch. y McFadden, D. (eds.), *Structural Analysis of discrete data*, MIT Press, Cambridge, pp. 179-85.

- Hendry, D. (1984): "Monte Carlo Experiments in Econometrics", en Griliches, Z. y Intrilligator, M. (eds.), *Handbook of econometrics*, Vol. II, North-Holland, Amsterdam, pp. 962-76.
- Hensher, D.; Louviere, J. y Swalt, J. (1999): "Combining Sources of Preference Data", *Journal of Econometrics*, vol. 89, nº 1-2, pp. 197-221.
- Hsieh, D.; Manski, C. y McFadden, D. (1985): "Estimation of Response Probabilities from Augmented Retrospective Observations", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 80, septiembre, nº 391, pp. 651-62.
- Hurd, M.; Merrill, A. y McFadden D. (1998): "Consumption and Savings Balances of the Elderly: Experimental Evidence on Survey Response", en Wise, D. (eds.), *Frontiers in the economics of aging*, University of Chicago Press, Chicago, pp. 353-87.
- Imbens, G. (1992): "An Efficient Method of Moments Estimator for Discrete Choice Models with Choice-Based Sampling", *Econometrica*, vol. 60, nº 5, pp. 1187-214.
- Imbens, G. y Lancaster, T. (1996): "Efficient Estimation and Stratified Sampling", *Journal of Econometrics*, vol. 74, nº 2, pp. 289-318.
- Jóreskog, K. y Sörbom, D. (1979): *Advances in factor analysis and structural equation models*, Abt Books, Cambridge.
- Kahneman, D. (1997): "Economists Have Preferences, Psychologists Have Attitudes". Presentación invitada al NSF Symposium on Preference Elicitation, Berkeley, CA.
- Kahneman, D. y Tversky, A. (1979): "Intuitive Prediction: Biases and Corrective Procedures", *TIMS Studies in Management Science*, vol. 12, pp. 313-27.
- Kahneman, D. y Tversky, A. (1984): "Choices, Values, and Frames", *American Psychologist*, vol. 39, pp. 341-350.
- Karlstrom, A. (2000): "Non-linear Value Functions in Random Utility Econometrics", IATBR Conference. Australia.
- Laffont, J.J. y Quang V. (1996): "Structural Analysis of Auction Data", *American Economic Review*, vol. 86, nº2, pp. 414-20.
- Lancaster, K. (1966): "A New Approach to Consumer Theory", *Journal of Political Economy*, vol. 74, nº 3, pp. 132-57.
- Lancaster, T. e Imbens, G. (1990): "Choice-Based Sampling of Dynamic Populations", en Joop H.; Ridder, G. y Theeuwes, J. (eds.), *Panel data and labor market studies*. Amsterdam. North-Holland. Pp. 21-43.

- Lee, L.F. y Porter, R. (1984): "Switching Regression Models with Imperfect Sample Separation Information, with an Application on Cartel Stability", *Econometrica*, vol. 52, n°2, pp. 391-418.
- Louviere, J., Meyer, D.; Carson, R.; Dellaert, B.; Hanmeann, M.; Hensher, D. e Irwin, J. (1999): "Combining Sources of Preference Data for Modeling Complex Decision Processes", *Marketing Letters*, vol. 10, n°3, pp. 205-17.
- Lowenstein, G. (1996): "Out of Control: Visceral Influences on Behavior", *Organizational Behavior and Decision Processes*, vol. 65, n°3, pp. 272-92.
- Luce, R. D. (1959): *Individual choice behavior*, Wiley, Nueva York.
- Luce, R. D. y Suppes, P. (1965): "Preference, Utility, and Subjective Probability", en Luce, R.; Bush, R. y Galanter, E. (eds.), *Handbook of mathematical psychology*, Wiley, Nueva York, pp. 249-410.
- Maddala, G. S. y Nelson, F. (1975): "Switching Regression Models with Exogenous and Endogenous Switching", *Proceedings of the American Statistical Association*, pp. 423-26.
- Manski, C. y Lerman, S. (1977): "The Estimation of Choice Probabilities from Choice Based Samples", *Econometrica*, vol. 45, n° 8, pp. 1977-88.
- Manski, C. y Lerman, S. (1981): "On the Use of Simulated Frequencies to Approximate Choice Probabilities", en Manski, C. y McFadden, D. (eds.), *Structural analysis of discrete data with econometric applications*, MIT Press, Cambridge, pp. 305-19.
- Manski, C. y McFadden, D. (1981): "Alternative Estimators and Sample Designs for Discrete Choice Analysis", en Manski, C. (ed.), *Structural analysis of discrete data with econometric applications*, MIT Press, Cambridge, pp. 2-50.
- Marschak, J. (1960): "Binary Choice on Random Utility Indicators", en Arrow, K. (ed.), *Stanford symposium on mathematical methods in the social sciences*, Stanford University Press, Stanford, pp. 312-29.
- McFadden, D. (1968): "The Revealed Preferences of a Public Bureaucracy", Documento de trabajo, University of California, Berkeley.
- McFadden, D. (1974a): "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior", en Zarembka, P. (ed.), *Frontiers in econometrics*, Academic Press, Nueva York, pp. 105-42.
- McFadden, D. (1974b): "The Measurement of Urban Travel Demand", *Journal of Public Economics*, vol. 3, n° 4, pp. 303-28.

- McFadden, D. (1976): "The Revealed Preferences of a Government Bureaucracy: Empirical Evidence", *Bell Journal of Economics and Management Science*, vol. 71, nº1, pp. 55-72.
- McFadden, D. (1978a): "Estimation Techniques for the Elasticity of Substitution and Other Production Parameters", en Fuss, M. y McFadden, D. (eds.), *Production economics: A dual approach to theory and applications*, Vol. 2, North-Holland, Amsterdam, pp. 73-124.
- McFadden, D. (1978b): "Modeling the Choice of Residential Location", en Karlqvist, A. Lundqvist, L.; Snickars, F. y Weibull, J. (eds.), *Spatial interaction theory and planning models*, North-Holland, Amsterdam, pp. 75-96.
- McFadden, D. (1981): "Econometric Models of Probabilistic Choice", en Manski, C. y McFadden, D. (eds.), *Structural analysis of discrete data with econometric applications*, MIT Press, Cambridge, pp. 198-272.
- McFadden, D. (1984): "Econometric Analysis of Qualitative Response Models", en Griliches, Z. y Intrilligator, M. (eds.), *Handbook of econometrics*, Vol. II, Elsevier, Amsterdam, pp. 1396-456.
- McFadden, D. (1986): "The Choice Theory Approach to Market Research", *Marketing Science*, vol. 5, nº 4, pp. 275-97.
- McFadden, D. (1987): "Regression-Based Specification Test for the Multinomial Logit Model", *Journal of Econometrics*, vol. 34, nº1/2, pp. 63-82.
- McFadden, D. (1989): "A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models for Estimation of Discrete Response Models Without Numerical Integration", *Econometrica*, vol. 57, nº 5, pp. 995-1026.
- McFadden, D. (1999a): "Rationality for Economists?", *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 19, nº 1-3, pp. 73-105.
- McFadden, D. (1999b): "Computing Willingness-to-Pay in Random Utility Models", en Moore, J.; Reizman, J. y Melvin, J. (eds.), *Trade theory and econometrics*, Routledge, Londres, pp. 253-74.
- McFadden, D. (2001): "On Endogenously Recruited Panels", *Journal of Applied Econometrics*, en prensa.
- McFadden, D.; Hurd, M. D.; Chand, H.; Gan, L.; Merrill, A.; Roberts, M. (1998): "Consumption and Saving Balances of the Elderly", en Wise, D.A. (ed.), *Frontiers in the economics of aging*, University of Chicago Press, Chicago, pp. 353-87.
- McFadden, D. y Richter, M. K. (1970): "On the Extension of a Probability to the Boolean Algebra Generated by a Family of Events", Documento de trabajo, University of California, Berkeley.

- McFadden, D. y Richter, M. K. (1990): "Stochastic Rationality and Revealed Stochastic Preference", en Chipman, J. y McFadden, D. y Richter, M.K. (eds.), *Preferences, uncertainty, and optimality: Essays in honor of Leo Hurwicz*, Westview Press, Boulder, Colorado, pp. 151-86.
- McFadden, D. y Ruud, P. (1994): "Estimation by Simulation", *Review of Economics and Statistics*, vol. 76, n° 4, pp. 591-608.
- McFadden, D.; Talvitie, A.; Cosslett, S.; Hasan, I.; Johnson, M.; Reid, F. y Train, K. (1977): "Demand Model Estimation and Validation", *Urban Travel Demand Forecasting Project, Informe final, Vol. V, Institute of Transportation Studies*, University of California, Berkeley.
- McFadden, D. y Train, K. (1978): "The Goods/Leisure Tradeoff and Disaggregate Work Trip Mode Choice Models", *Transportation Research*, vol. 12, n°5, pp. 349-53.
- McFadden, D. y Train, K. (2000): "Mixed MNL Models for Discrete Response", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 15, n° 5, pp. 447-70.
- McFadden, D.; Tye, W. y Train, K. (1978): "An Application of Diagnostic Tests for the Independence from Irrelevant Alternatives Property of the Multinomial Logit Model", *Transportation Research Record-Forecasting Passenger and Freight Travel*, 637, pp. 39-46.
- Morikawa, T. (1989): "Incorporating Stated Preference Data in Travel Demand Analysis", Tesis Doctoral, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- Morikawa, T.; Ben-Akiva, M. y Yamada, K. (1991): "Forecasting Intercity Rail Ridership Using Revealed Preference and Stated Preference Data", *Transportation Research Record*, 1328, pp. 30-35.
- Mundlak, Y. (1963): "Estimation of Production and Behavioral Functions from a Combination of Cross-Section and Time-Series Data", en Christ, C. et al. (eds.), *Measurement in Economics*, Stanford University Press, Stanford, pp. 138-66.
- Prelec, D. (1991): "Values and Principles: Some Limitations on Traditional Economic Analysis", en Etzioni, A. y Lawrence, P. (eds.), *Perspectives on socioeconomics*, M. E. Sharpe, Londres, pp. 131-45.
- Revelt, D. y Train, K. (1998): "Mixed Logit with Repeated Choices: Households' Choices of Appliance Efficiency Level", *Review of Economics and Statistics*, vol. 80, n° 4, pp. 647-57.
- Rust, J. (1994): "Structural Estimation of Markov Decision Processes", Engle, R. y McFadden, D. (eds.), *Handbook of econometrics*, Vol. 4, North-Holland, Amsterdam, pp. 3081-143.
- Simon, H.A. (1978): "Rationality as Process and as Product of Thought", *American Economic Review*, vol. 68, n° 2, pp. 1-16.

- Simonson, I. y Tversky, A. (1992): "Choice in Context: Trade-off Contrast and Extremeness Aversion", *Journal of Marketing Research*, 29, pp. 281-95.
- Small, K. (1987): "A Discrete Choice Model for Ordered Alternatives", *Econometrica*, vol. 55, nº2, pp. 409-24.
- Srinivasan, K. y Mahmassani, H. (2000): "Kernel Logit Method for the Longitudinal Analysis of Discrete Choice Data: Some Numerical Experiments", Documento de trabajo, Department of Civil Engineering, University of Texas, Austin, 2000.
- Svenson, O. (1979): "Process Descriptions of Decision Making", *Organizational Behavior and Human Performance*, vol. 23, nº1, pp. 86-112.
- Taussig, F. (1912): *Principles of economics*, Macmillan, Nueva York.
- Thurstone, L. L. (1927): "A Law of Comparative Judgment", *Psychological Review*, vol. 34, pp. 273-86.
- Train, K. E. (1998): "Recreation Demand Models with Taste Differences over People", *Land Economics*, vol. 74, nº2, pp. 230-39.
- Train, K. E. (1999): "Halton Sequences for Mixed Logit", Documento de trabajo, University of California, Berkeley.
- Train, K. E.; McFadden, D. L. y Goett, A. A. (1987): "Consumer Attitudes and Voluntary Rate Schedules for Public Utilities", *Review of Economics and Statistics*, vol. 69, nº 3, pp. 383-91.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1974): "Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases", *Science*, vol. 185, nº 4157, pp. 1124-31.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1981): "The Framing of Decisions and the Psychology of Choice", *Science*, vol. 211, nº 4481, pp. 453-58.
- White, H. (1989): "Some Asymptotic Results for Learning in Single Hidden Layer Feedforward Networks", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 84, nº 408, pp. 1008-13.
- White, H. (1992): *Artificial neural networks: Approximation and learning theory*, Blackwell, Oxford.
- Williams, H.W. (1977): "On the Formation of Travel Demand Models and Economic Evaluation Measures of User Benefit", *Environment and Planning A*, vol. 9, nº 3, pp. 285-344.